

---

3.	Adverse Selection	204
3.1.	Ausgangssituation	204
3.2.	Hoher Anteil der "hohen" Risiken	211
3.3.	Hoher Anteil der "niedrigen" Risiken	216
3.4.	Offene Subventionierung zwischen Vertragstypen	219
4.	Risk Management	224
	Vorbemerkung	224

### 3. Adverse Selection<sup>1</sup>

#### 3.1. Ausgangssituation

1) Das Vermögen (oder Einkommen) eines Individuums werde mit  $X$  bezeichnet.

Es werden zwei Zustände der Welt unterschieden, die mit den Indizes 1 oder 2 gekennzeichnet werden.

Die Eintretenswahrscheinlichkeit für Zustand 1 sei  $p$ , und jene für Zustand 2 sei  $1-p$ .

**Ohne Versicherung** gelte für das Vermögen in Abhängigkeit von den Zuständen:

$\hat{X}_1$  Vermögen in Zustand 1,

$\hat{X}_2$  Vermögen in Zustand 2.

Man kann das Wertepaar  $(\hat{X}_1, \hat{X}_2)$  mit den zugehörigen Eintretenswahrscheinlichkeiten  $p$  bzw.  $1-p$  als "Anfangsausstattung" interpretieren (Konzept der "state contingent income claims").

Im folgenden gelte  $\hat{X}_1 > \hat{X}_2$ .

Den Wert  $S := \hat{X}_1 - \hat{X}_2$  kann man dann als **Schaden** interpretieren, der mit Wahrscheinlichkeit  $1-p$  eintritt; hierzu beachte man

$$\begin{aligned}\hat{X}_2 &= \hat{X}_1 - S \\ &= \hat{X}_1 - (\hat{X}_1 - \hat{X}_2)\end{aligned}$$

2) Die **Versicherungssumme**  $L$  (= Versicherungsleistung im Schadenfall) werde definiert als

$$L := X_2 - \hat{X}_2.$$

Für  $X_2 = \hat{X}_1$  liegt eine Vollversicherung vor.

<sup>1</sup> Scherer, Bernhard: Adverse Selection auf Versicherungsmärkten, WiSt, Heft 4, Seite 201-205, 1994

Die **faire Prämie K** beträgt

$$\begin{aligned} K &:= (1-p)L \\ &= (1-p)(X_2 - \hat{X}_2). \end{aligned}$$

**3)** Falls ein fairer Versicherungsvertrag mit einer fairen Prämie K vorliegt, ist selbstverständlich die **Budgetrestriktion** für das betrachtete Individuum erfüllt, da hier das erwartete Einkommen konstant bleibt:

$$\begin{aligned} &p(\hat{X}_1 - K) + (1-p)(\hat{X}_2 - K + L) \\ &= p\hat{X}_1 - p(1-p)L + (1-p)\hat{X}_2 - (1-p)(1-p)L + (1-p)L \\ &= p\hat{X}_1 + (1-p)\hat{X}_2 + (1-p)L \underbrace{\{-p - (1-p) + 1\}}_{=0} \\ &= p\hat{X}_1 + (1-p)\hat{X}_2. \end{aligned}$$

Für  $p\hat{X}_1 + (1-p)\hat{X}_2 = M = \text{const.}$  lautet die Budgetrestriktion für beliebige faire Versicherungsverträge

$$pX_1 + (1-p)X_2 = M$$

mit  $X_1 = \hat{X}_1 - K$ ,

$$X_2 = \hat{X}_2 - K + L.$$

In der  $(X_1, X_2)$ -Ebene lässt sich die Budgetrestriktion als Funktion  $X_2 = f(X_1)$  wie folgt darstellen:

$$X_2 = \frac{M}{1-p} - \frac{p}{1-p} X_1,$$

Für die **Steigung der Budgetrestriktion** folgt dann

$$\frac{dX_2}{dX_1} = -\frac{p}{1-p} < 0.$$

Wegen

$$\frac{d}{dp} \frac{p}{1-p} = \frac{(1-p) \cdot 1 - p(-1)}{(1-p)^2} = \frac{1}{(1-p)^2} > 0$$

gilt:

**Je grösser  $p$  ist, desto steiler (mit negativer Steigung) ist die Budgetgerade.**

**4)** Die Nutzenfunktion des Individuums sei  $u$ . Für den **Erwartungsnutzen** von solchen fairen Versicherungskontrakten erhalten wir dann

$$u(X_1, X_2) = p u(X_1) + (1-p) u(X_2).$$

Die **Steigung** der zugehörigen **Indifferenzkurven** ergibt sich aus

$$p u'(X_1) dX_1 + (1-p) u'(X_2) dX_2 = 0$$

zu

$$\frac{dX_2}{dX_1} = - \frac{p u'(X_1)}{(1-p) u'(X_2)}.$$

Für Vollversicherungen gilt  $X_1 = X_2$  und somit

$$\frac{dX_2}{dX_1} = - \frac{p}{1-p}.$$

**Für Punkte auf der 45°-Linie ( $X_1 = X_2$ ) entspricht somit die Steigung der Indifferenzkurve gerade der Steigung der Budgetrestriktion.**

**5)** Wir betrachten nun **zwei Gruppen von Versicherungsnachfragern** mit unterschiedlichen Schadeneintretenswahrscheinlichkeiten  $\pi_h$  und  $\pi_t$  mit  $\pi_h > \pi_t$  (h für hoch und t für tief) sowie  $\pi_h = 1 - p_h$  und  $\pi_t = 1 - p_t$ .

Die Steigung der zugehörigen Budgetgeraden lautet für die "hohen" Risiken

$$- \frac{p_h}{1-p_h} = - \frac{1-\pi_h}{\pi_h},$$

bzw. für die "niedrigen" Risiken

$$-\frac{p_t}{1-p_t} = -\frac{1-\pi_t}{\pi_t}.$$

Wegen

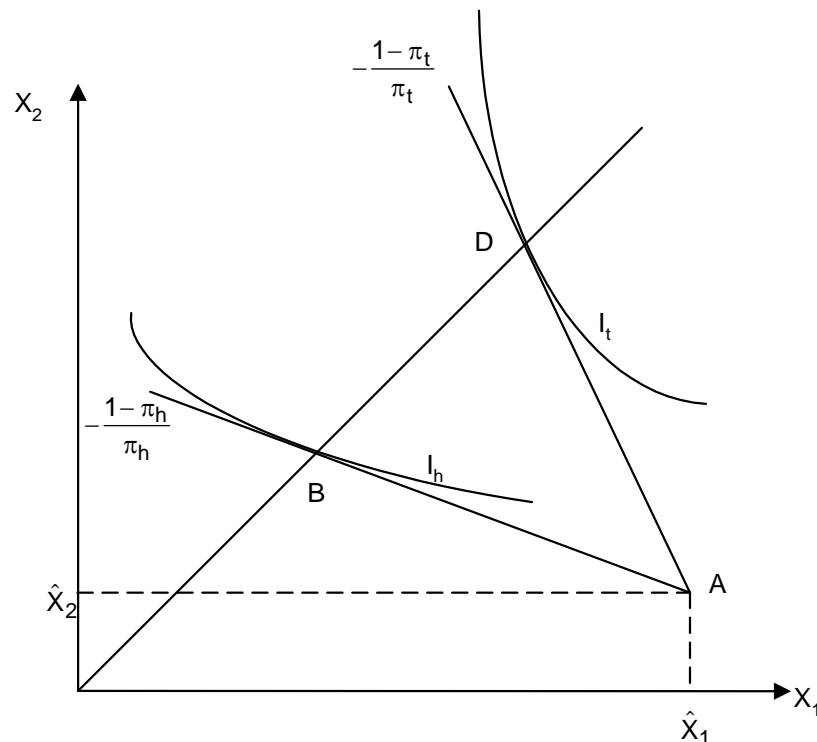
$$\frac{d}{d\pi} \frac{1-\pi}{\pi} = \frac{\pi \cdot (-1) - (1-\pi) \cdot 1}{\pi^2} = \frac{-1}{\pi^2} < 0$$

gilt:

**Je grösser die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit  $\pi$  ist, desto flacher (mit negativer Steigung) ist die Budgetgerade.**

Also hat die Gruppe mit der höheren Schadeneintretenswahrscheinlichkeit  $\pi_h$  die flachere Budgetrestriktion.

**6)** Grafisch lässt sich das in der  $(X_1, X_2)$ -Ebene wie folgt veranschaulichen.



**Bei vollkommener Information liegen getrennte Versicherungsmarktgleichgewichte in den Punkten B und D vor.**

Man beachte, dass gilt:

$$-\frac{p_h}{1-p_h} = -\frac{1-\pi_h}{\pi_h} \text{ bzw. } -\frac{p_t}{1-p_t} = -\frac{1-\pi_t}{\pi_t}$$

7) Die Situation lässt sich wie folgt interpretieren:

Die Ausgangssituation wird durch Punkt A gekennzeichnet.

Für die **"hohen" Risiken** mit der Schadeneintretenswahrscheinlichkeit  $\pi_h$  gilt die **"flache" Budgetrestriktion** durch die Punkte A und B.

Analog gilt für die **"niedrigen" Risiken** mit der Schadeneintretenswahrscheinlichkeit  $\pi_t$  die **"steile" Budgetrestriktion** durch die Punkte A und D.

**Rechts bzw. oberhalb der Budgetrestriktion** fallen **Verluste für die Versicherungsunternehmung** an. Dies lässt sich wie folgt erläutern: Im Punkt B liegt für die "hohen" Risiken ein fairer Versicherungsvertrag für eine Vollversicherung vor. Hier entspricht die Prämie dem erwarteten Schaden. In Punkt D ist dies für die "niedrigen" Risiken erfüllt. Falls einem "hohen" Risiko eine Versicherung in Punkt D angeboten wird, wird zur Bestimmung der Prämie eine zu kleine Schadeneintretenswahrscheinlichkeit benutzt, was im Erwartungswert selbstverständlich zu Verlusten für die Versicherungsunternehmung führt.

Analog ergibt sich, dass links bzw. unterhalb der Budgetrestriktion Gewinne für die Versicherungsunternehmung anfallen.

8) Falls **vollständige Information** vorliegt und faire Versicherungsverträge angeboten werden, werden die **"hohen" Risiken** von der Versicherungsunternehmung als solche erkannt, und ihnen werden ausschliesslich Versicherungen mit dem hohen Prämienatz  $\pi_h$  angeboten.

Bei Risikoaversion der Versicherungsnehmer werden diese eine Vollversicherung zum Prämienatz  $\pi_h$  wählen. Dies impliziert, dass sie einen Versicherungsvertrag kaufen, der durch **Punkt B** repräsentiert wird.

Aus analogen Überlegungen, werden die **"niedrigen" Risiken** einen Versicherungsvertrag kaufen, der durch **Punkt D** repräsentiert wird.

Die zugehörigen Indifferenzkurven werden mit  $I_h$  bzw.  $I_t$  bezeichnet. Der Absolutbetrag der Steigung der Indifferenzkurve  $I_t$  ist im Punkt D grösser als jener von  $I_h$  im Punkt B.

9) Wegen der üblichen Annahmen bzgl. der Form der Indifferenzkurven repräsentiert der **Punkt D** für beide Gruppen ein **höheres Nutzenniveau** als der **Punkt B**.

Falls eine Versicherungsunternehmung ausschliesslich Versicherungsverträge anbietet, die durch die Punkte B und D repräsentiert werden, entsteht für die "niedrigen" Risiken kein Handlungsbedarf. Anders sieht die Situation für die "hohen" Risiken aus. Falls möglich würden sie sich lieber im Punkt D versichern, als in Punkt B. Wegen der Annahme der vollständigen Information erkennt jedoch die Versicherungsunternehmung sie als "hohe" Risiken und bietet ihnen solche Versicherungsverträge nicht an, um Verluste zu vermeiden.

10) Als **Beispiel** lässt sich auf **Todesfallkapitalversicherungen** verweisen. **Männer** stellen hier zum einen offensichtlich ein "höheres" Risiko als **Frauen** dar und zum anderen ist für die Versicherungsunternehmung eine Einteilung in die entsprechenden Risikoklassen problemlos möglich.

Anders verhält es sich z.B. mit **Rauchern und Nichtrauchern**. Grundsätzlich stellen Raucher für **Todesfallkapitalversicherungen** höhere Risiken dar als Nichtraucher. Falls nun Raucher- und Nichtraucherpolicen angeboten werden, besteht für die Raucher ein Anreiz, sich als Nichtraucher zu deklarieren, um die preisgünstigeren Nichtraucherpolicen zu erwerben. Für die Versicherungsunternehmung entstünde hierdurch eine Verlustquelle, da sich so die "hohen" Risiken (Raucher) zu den Prämienätzen der "niedrigen" Risiken (Nichtraucher) versichern könnten. Die Versicherungsunternehmung versucht, durch geeignete Underwriting-Massnahmen solche Fehlklassifikationen zu verhindern. (Problematisches Beispiel: Gentests).

Die eigentliche Ursache für die Probleme bei der Zuordnung der Versicherten zu den „richtigen“ Risikoklassen liegt in der asymmetrischen Information.

Besondere Probleme treten durch die neue Version des VVG auf, die ab 1. 1. 2006 gültig ist. Bis zu diesem Datum wurde bei einer falschen Angabe durch den Versicherungsnehmer der Versicherungsvertrag ab Beginn ungültig. (Beispiel aus dem Berger-Artikel aus der NZZ am Sonntag vom April 2006: ein Mann schliesst eine Todeskapitalversicherung über 1 Mio CHF ab; er gibt fälschlicherweise eine Hüftgelenksarthrose nicht an; er stirbt an Krebs während der Versiche-

rungsdauer; Basler zahlt wegen der Falschangabe nach geltendem recht die Summe nicht aus.)

Gemäss der neuen Version des VVG muss nun die Versicherungsunternehmung Kausalität zwischen der Falschangabe und dem Schadenfall nachweisen, um die versicherte Leistung nicht erbringen zu müssen. Dies führt dazu, dass der Journalist Berger in der NZZ am Sonntag dazu aufruft, bewusst falsche Angaben zu machen, um so die Prämie zu verringern. Als Beispiel führt Autoversicherungen an, bei denen man die Prämie senken kann, wenn man angibt, dass man nur wenige Kilometer im Jahr fährt. Bei einem Unfall wird es seiner Meinung nach für die Versicherungsunternehmung sehr schwer, Kausalität zwischen der Falschangabe und dem Unfall, zu beweisen.

**11)** Für die Versicherungsunternehmungen stellt sich somit die Aufgabe, Kombinationen von Prämien und Versicherungsleistungen anzubieten, bei denen erstens für sie keine Verluste entstehen und bei denen zweitens die vorgesehene Einteilung in Risikoklassen auch tatsächlich realisiert werden kann.

Im folgenden gehen wir davon aus, dass **die Nachfrager nach Versicherungen "unterschiedlich hohe" Risiken** darstellen und dass die **Versicherungsunternehmungen nicht in der Lage sind, diese ex ante in z.B. zwei Kategorien wie "hohe" und "niedrige" Risiken einzuordnen. Für die Versicherungsunternehmungen liegt somit eine Situation mit unvollständiger Information vor. Im Gegensatz dazu seien die Nachfrager** sehr wohl in der Lage sich exakt in "hohe" bzw. "niedrige" Risiken einzuteilen. Es liegt also ein Problem **asymmetrischer Information** vor.

Für die weitere Analyse von Beständen mit "hohen" und "niedrigen" Risiken ist es zweckmässig, eine Fallunterscheidung zu machen in Abhängigkeit vom Anteil der "hohen" bzw. "niedrigen" Risiken am Gesamtbestand.



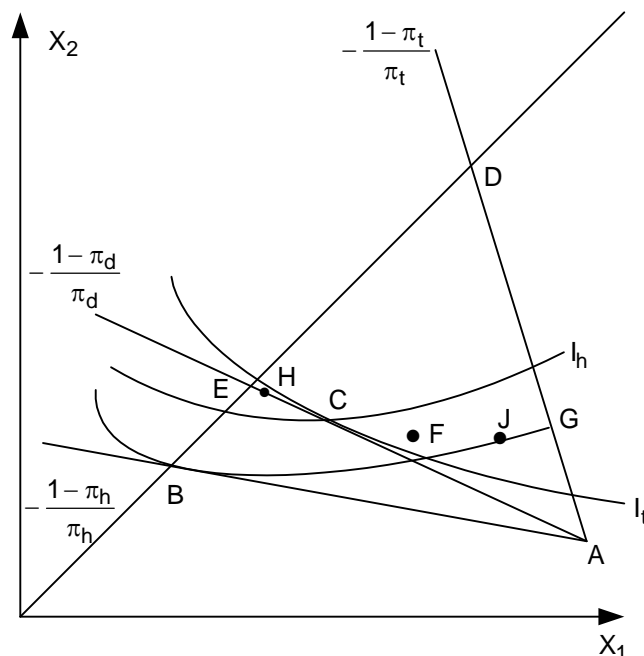
### 3.2. Hoher Anteil der "hohen" Risiken

1) Zunächst betrachten wir den Fall, dass die "hohen" Risiken dominieren; der Anteil der "hohen" Risiken sei  $\alpha$  mit  $0 < \alpha < 1$  und  $\alpha$  in der Nähe von 1.

Falls die beiden Risikogruppen nicht unterschieden werden, ergibt sich als **durchschnittliche Schadeneintrittswahrscheinlichkeit** für den "gemischten" Bestand

$$\pi_d := \alpha\pi_h + (1-\alpha)\pi_t.$$

Die Budgetrestriktion für den gemischten Bestand verläuft durch die Punkte A und E in der nachstehenden Grafik.



**Es liegen Versicherungsmarktgleichgewichte mit Pooling in Punkt C bzw. mit „Self-Selection“ in den Punkten B und G vor.**

Da  $\alpha$  in der Nähe von 1 ist (hoher Anteil von "hohen" Risiken), verläuft die Budgetrestriktion für die Durchschnittsprämie in der Nähe der Budgetrestriktion für die "hohen" Risiken.

2) Angenommen **alle Versicherungsunternehmen** bieten Versicherungsschutz zum **gleichen Durchschnittsprämiensatz** an. Dann ist allein die zur durchschnittlichen Schadeneintrittswahrscheinlichkeit gehörige Budgetrestriktion, die durch die Punkte A und E geht, für die Versicherungsnachfrager relevant. Eine Einteilung der

unterschiedlichen Risiken in Risikoklassen durch die Versicherungsunternehmungen findet also nicht statt.

**3)** Die **"niedrigen" Risiken** werden ihren Erwartungsnutzen maximieren und sich für **Punkt C** entscheiden, in dem die Budgetgerade für den Durchschnittsprämiensatz tangential zur Indifferenzkurve  $I_t$  ist. Da der Durchschnittsprämiensatz  $\pi_d$  grösser ist als der Prämiensatz für die niedrige Schadeneintretenswahrscheinlichkeit  $\pi_t$ , kaufen die "niedrigen" Risiken **keine Vollversicherung**. Sie begnügen sich mit einer Teildeckung, d.h. für sie ist es optimal, einen Selbstbehalt zu tragen.

**4)** Die **"hohen" Risiken** können ohne Probleme sich auch gemäss **Punkt C** versichern. Da ihre Indifferenzkurve  $I_h$  flacher verläuft als jene der "niedrigen" Risiken, liegt in Punkt C für sie allerdings keine Maximierung des Erwartungsnutzens vor.

Dies könnte die "hohen Risiken" eventuell dazu veranlassen, sich beispielsweise gemäss **Punkt H** zu verhalten. In Punkt H würden sie nämlich ein höheres Nutzenniveau erreichen als in C. Allerdings würden sie sich durch diese Wahl als "hohe" Risiken **selbst identifizieren (self selection)**. Und zwar kann man dies wie folgt erläutern:

Da die "niedrigen" Risiken zu gegebenem Durchschnittsprämiensatz in Punkt C ihren Nutzen maximieren, besteht für sie keine Veranlassung einen anderen Kontrakt als C zu wählen. In Punkten wie H ( $\neq C$ ) würden sich also ausschliesslich "hohe" Risiken versichern. Die Versicherungsunternehmung würde dies realisieren, da in Punkten wie H Verluste für die Versicherungsunternehmung entstehen, falls sich hier ausschliesslich "hohe" Risiken versichern. Die Versicherungsunternehmung könnte aufgrund dieser Verlufterfahrung dann solchen Nachfragern nach Kontrakten gemäss Punkt H ausschliesslich Kontrakte mit den hohen Prämiensätzen gemäss der Geraden durch die Punkte A und B anbieten. Als Maximierer des Erwartungsnutzens würden sie sich dann gemäss Punkt B versichern. Für diese "hohen" Risiken, die sich als solche "geoutet" haben, würde das zu einer Verminderung des Nutzenniveaus im Vergleich zu Punkt C führen.

Es ergibt sich somit, dass beide Risikoklassen sich gemäss Punkt C verhalten werden. Wegen dieses Gleichverhaltens nennt man **C einen Pooling-Kontrakt**.

Hier verzichten also die "hohen" Risiken auf eine Erhöhung ihres Nutzenniveaus durch eine umfangreichere Versicherung als in Punkt C wie in Punkt H oder gar eine Vollversicherung wie in Punkt E, um zu vermeiden, dass sie sich selbst als "hohe" Risiken identifizieren.

**5) Gesamthaft kaufen also beide Risiken Kontrakte gemäss Punkt C.** Obwohl die Nachfrager risikoavers sind, **verzichten beide Nachfragergruppen auf eine Vollversicherung.** Die **"hohen" Risiken, um sich nicht selbst als solche zu identifizieren,** und die **"tiefen" Risiken, da ihnen die Prämiesätze zu hoch ist.** Immerhin liegt für die "tiefen" Risiken bei Anwendung eines Durchschnittsprämienatzes **in Punkt C ein Nutzenmaximum vor,** was sich allein aufgrund der Preisvorgabe und der Indifferenzkurven ergibt. Sie können als Mengenanpasser allein nach Massgabe des Preises und ihrer Nutzenfunktion entscheiden. Für die **"hohen" Risiken** ist die Situation insofern anders, als sie sich bei einem solchen Verhalten selbst identifizieren würden und somit einen höheren Prämienatz zahlen müssten. Sie **versichern** sich sozusagen **"gezwungener Massen" im Punkt C.**

**6) In Punkt C** verursachen die **"hohen" Risiken Verluste** und die **"niedrigen" Risiken Gewinne** für die Versicherungsunternehmung. Damit geht einher, dass in Punkt C die "hohen" Risiken ein höheres Nutzenniveau erreichen als in Punkt B (Vollversicherung für die „hohen“ Risiken zum entsprechenden Prämienatz) und die "niedrigen" Risiken ein tieferes als in Punkt D (Vollversicherung für die "niedrigen" Risiken zum entsprechenden Prämienatz).

Da sich in Punkt C der gesamte Bestand versichert, kompensieren sich gerade die Gewinne und Verluste (mindestens für alle Versicherungsunternehmungen zusammen).

**In Punkt C wird bezogen auf den gemischten Bestand verursachergerecht tarifiert.** Bezogen auf die beiden Teilbestände der "hohen" und "niedrigen" Risiken wird jedoch nicht verursachergerecht tarifiert. Der **Durchschnittsprämienatz ist für die "hohen" Risiken zu tief und für die "niedrigen" Risiken zu hoch.**

**7) Getrennte Kontrakte gemäss der Punkte H und C** würden für die Versicherungsunternehmungen in H sichtbare Verluste bringen und in C sichtbare Gewinne. Hier bestünde für sie ein Anreiz, den "hohen" Risiken - falls möglich - nur noch Kontrakte gemäss Punkt B anzubieten.

**8) Wie wir gesehen haben besteht für die Nachfrager keine Veranlassung, den Punkt C zu verlassen** und andere Kontrakte nachzu-

fragen. **Für die Anbieter dagegen gibt es Anreize, das Angebot zu verändern.**

Für eine **Versicherungsunternehmung** könnte es z.B. lohnend sein, Kontrakte **anzubieten**, die durch **Punkt F** repräsentiert werden.

Die **"niedrigen" Risiken** ziehen **Punkt F** dem Punkt C vor, da F auf einer höheren Indifferenzkurve liegt. Ferner ist zu beachten, dass F links bzw. unterhalb der Budgetgeraden der "niedrigen" Risiken liegt. Dies impliziert, falls sich hier nur "niedrige" Risiken versichern, dass die Versicherungsunternehmung **Gewinn** macht.

Gerade umgekehrt ist der Sachverhalt für die **"hohen" Risiken**. Sie ziehen **Punkt C** dem Punkt F vor, da für sie C auf einer höheren Indifferenzkurve liegt. Diesmal ist zu beachten, dass Punkt C rechts bzw. oberhalb der Budgetgeraden der "hohen" Risiken liegt, was impliziert, dass die Versicherungsunternehmung **Verluste** realisiert, falls sie hier nur "hohe" Risiken versichert.

**9) Die Konsumenten** würden sich bei freier Wahl für Kontrakte gemäss **F** und **C** entscheiden und sich dadurch **selbst identifizieren**.

Falls wir zusätzlich **offene Quersubventionierung** zwischen verschiedenen Vertragstypen zunächst **ausschliessen**, ist **diese Konstellation nicht von Dauer**, da die Versicherungsunternehmungen die Verluste in Punkt C nicht akzeptieren werden. Ferner bestünde für die Versicherungsunternehmungen ein Anreiz, **den sich selbstidentifizierenden "hohen" Risiken ausschliesslich adäquate Kontrakte** mit den hohen Prämienätzen anzubieten.

**Ausschliesslich Kontrakte** gemäss **Punkt F** werden auch **nicht angeboten**, da hier die Versicherungsunternehmungen Verluste realisieren, falls sich alle Nachfrager hier versichern. F liegt nämlich rechts bzw. oberhalb der Budgetrestriktion für den Durchschnittsprämienatz.

Es ergibt sich, dass die **Punkte F und C keine Kontrakte** wiedergeben, die **langfristig gleichzeitig angeboten werden** unter der Annahme, dass es keine offene Quersubventionierung gibt.

**Einheitliche Versicherungskontrakte für die "hohen" und "niedrigen" Risiken gibt es lediglich in Punkt C**; hier liegt "verdeckte" Quersubventionierung vor.

**10)** Eine **stabile Situation** mit **Selbst-Identifikation** durch die Versicherungsnachfrager wird dagegen durch Kontrakte gemäss den **Punkten B und G** wiedergegeben, wobei Punkt G etwas unterhalb der Indifferenzkurve der "hohen" Risiken durch Punkt B liegt.

Da Punkt G unterhalb der Indifferenzkurve durch Punkt B liegt, entscheiden sich die **"hohen" Risiken** für **Punkt B**.

Andererseits liegt Punkt G auf einem höheren Nutzenniveau für die **"niedrigen" Risiken** als Punkt B und Punkt C, so dass sie sich für Kontrakte gemäss **Punkt G** entscheiden.

Somit liegt eine Situation vor, in der sich die **Konsumenten durch ihre Nachfrageverhalten immer selbst identifizieren**.

Beide Punkte liegen auf den entsprechenden Budgetgeraden, so dass für die Versicherungsunternehmungen für diese beiden Vertragstypen weder Verluste noch Gewinne anfallen. **Für die beiden Risikogruppen wird hier verursachergerecht tarifiert**. Die "niedrigen" und die "hohen" Risiken zahlen die jeweils risikogerechten Prämien. Bemerkenswert an dieser Konstellation ist, dass die **"hohen" Risiken** in Punkt B sowohl ihren **Nutzen maximieren** als auch eine **Vollversicherung** kaufen können. Die **"niedrigen" Risiken** kaufen dagegen lediglich eine **Teildeckung** und **erreichen nicht ihr Nutzenmaximum** in Punkt G.

Die "niedrigen" Risiken sind also bei dieser Lösung schlechter gestellt als die "hohen" Risiken. Dies kann man damit erklären, dass hier die "hohen" Risiken den dominanten Teilbestand stellen.

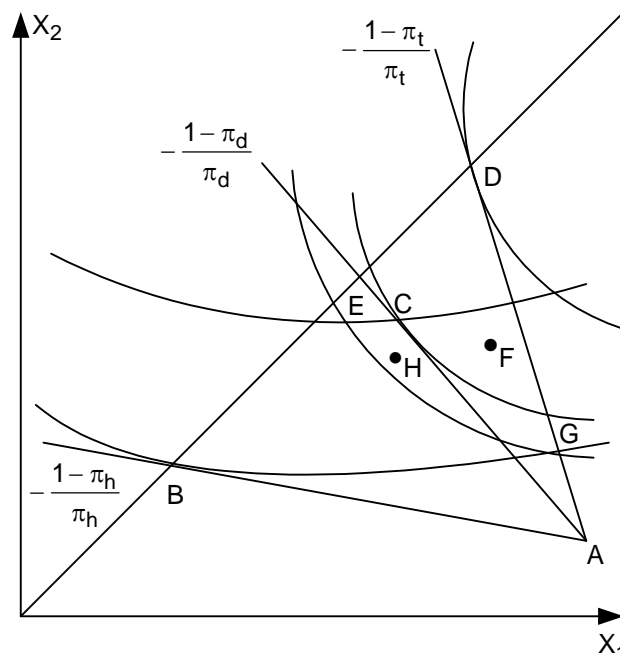
Die Lösung für die „hohen“ Risiken in Punkt B entspricht derjenigen bei vollständiger Information; die Lösung für die „niedrigen“ Risiken in Punkt G ist schlechter als diejenige bei vollständiger Information.

### 3.3. Hoher Anteil der "niedrigen" Risiken

1) Im folgenden betrachten wir den Fall, dass die "niedrigen" Risiken im Übergewicht sind; somit folgt, dass die "hohen" Risiken lediglich einen geringen Anteil stellen. Dies impliziert, dass  $\alpha$  als Anteil der "hohen" Risiken mit  $0 < \alpha < 1$  diesmal in der Nähe von Null ist.

Die **Budgetrestriktion für den Durchschnittsprämiensatz** verläuft nun in der Nähe der Budgetrestriktion für die "niedrigen" Risiken. Im Vergleich zum vorigen Abschnitt ist der Absolutbetrag der Steigung dieser Budgetgeraden also gestiegen.

Für die grafische Veranschaulichung ergibt sich nun:



**Es liegt lediglich ein Versicherungsmarktgleichgewicht mit Pooling in Punkt C vor, vergleichbar mit dem ersten Fall in 3.2.**

Versicherungskontrakte repräsentiert durch die **Punkte B und G** sind jetzt **keine self-selecting Gleichgewichtspunkte** mehr. Zum Beispiel sind Versicherungskontrakte gemäss **Punkt H für alle Marktteilnehmer vorteilhafter**.

Für die beiden **Nachfragegruppen** (sowohl "hohe" als auch "niedrige" Risiken) liegt **Punkt H** auf jeweils **höheren Indifferenzkurven**. Beide Gruppen sind also bereit, sich gemäss Punkt H zu verhalten. Da Punkt

H links bzw. unterhalb der Budgetgeraden für den Durchschnittsprämiensatz liegt, ergeben sich für die **Versicherungsunternehmen Gewinne** in Punkt H, wenn alle Nachfrager sich so verhalten.

**Freier Marktzutritt verhindert jedoch, dass Punkt H ein langfristiger Gleichgewichtspunkt ist.**

**3) In Punkt C**, der auf der Budgetrestriktion für den Durchschnittsprämiensatz liegt, entstehen **weder Gewinne noch Verluste** für die Versicherungsunternehmen, falls beide Risikogruppen diese Kontrakte kaufen. Die Konsumenten sind hierzu bereit, da sie in C auf **höhere Indifferenzkurven** kommen als in B und G bzw. H. Zusätzlich ist zu beachten, dass die **"niedrigen" Risiken in C** ihren **Erwartungsnutzen maximieren**, da hier ihre Indifferenzkurve tangential zur Budgetgeraden für den Durchschnittsprämiensatz ist. Da jedoch der Durchschnittsprämiensatz grösser ist als der faire Prämiesatz für die "niedrigen" Risiken allein, **kaufen die "niedrigen" Risiken in Punkt C keine Vollversicherung**.

**4) Allerdings** könnte es für einige Versicherungsunternehmen interessant sein, Kontrakte gemäss **Punkt F** anzubieten. Die **"niedrigen" Risiken** ziehen **Punkt F** dem Punkt C vor, während die **"hohen" Risiken** lieber in **Punkt C** bleiben.

Falls die **"niedrigen" Risiken** sich gemäss **F** versichern, so entstehen für die Versicherungsunternehmen für diese Kontrakte **Gewinne**, da Punkt F links bzw. unterhalb der Budgetgeraden für "niedrige" Risiken liegt.

Für die Kontrakte gemäss C entstehen jetzt jedoch **Verluste**, da hier sich nun alle **"hohen" Risiken** und zu wenig "niedrige" Risiken gemäss C versichern. Im Extremfall sind alle "niedrigen" Risiken nach F abgewandert, so dass massive Verluste für die Versicherungsunternehmen entstehen, die Kontrakte gemäss C anbieten.

Falls wir weiterhin **offene Subventionierung** zwischen den Vertragstypen ausschliessen, werden die Kontrakte gemäss **Punkt C nicht mehr angeboten**. Die **"hohen" Risiken** müssen jetzt auch Kontrakte gemäss **Punkt F** nachfragen. Die ehemals gewinnbringenden Kontrakte gemäss Punkt F werden nun **Verluste** generieren, da Punkt F rechts bzw. oberhalb der Budgetgeraden für den Durchschnittsprämiensatz liegt.

**Für die Versicherungsunternehmen** ist es also sinnvoll, **Kontrakte ausschliesslich gemäss Punkt C** anzubieten.

**Punkt C** kann somit zu einem **Pooling-Gleichgewichtspunkt** werden, da jetzt einerseits beide Risikogruppen diese Kontrakte nachfragen und andererseits für die Versicherungsunternehmungen keine Verluste anfallen.

5) Es ergibt sich somit, dass **bei dieser Bestandesstruktur ein langfristiges Pooling-Gleichgewicht möglich ist, während ein Gleichgewicht mit Selbst-Identifikation bei dieser Bestandesstruktur langfristig nicht existiert.**

6) Das Auftreten des Phänomens der **Selbst-Identifikation** hängt also von der **Bestandesstruktur** ab:

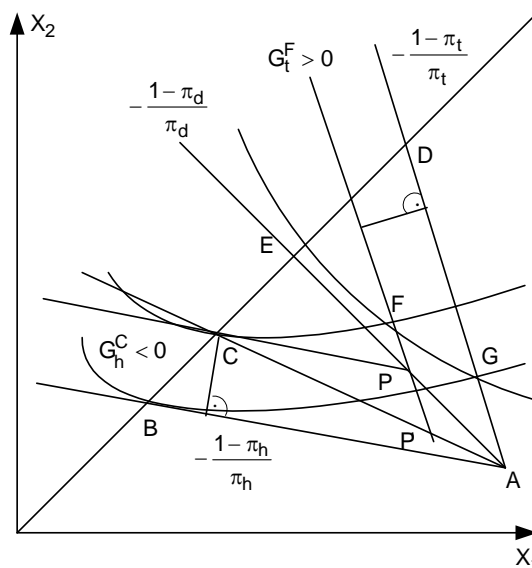
- Bei einem **hohen Anteil von "hohen" Risiken** liegt in den Punkten **B und G** gemäss der Abbildung von Abschnitt 3.2. ein **Gleichgewicht mit Selbst-Identifikation** vor. Hier können die **"hohen" Risiken ihren Erwartungsnutzen maximieren und eine Vollversicherung kaufen**. Dies kann man damit erklären, dass hier die **"hohen" Risiken** den Gesamtbestand dominieren. Zusätzlich ist aber auch ein **Pooling-Gleichgewicht gemäss Punkt C** in der Abbildung aus Abschnitt 3.2. möglich, bei dem die **"niedrigen" Risiken ihren Erwartungsnutzen maximieren, jedoch keine Vollversicherung kaufen**, da die Prämie zu hoch ist.
- Bei einem **hohen Anteil von "niedrigen" Risiken** ergibt sich ein **Pooling-Gleichgewicht gemäss Punkt C** aus der Abbildung von Abschnitt 3.3. Hier können die **"niedrigen" Risiken ihren Erwartungsnutzen maximieren, jedoch kaufen sie keine Vollversicherung**, da die Prämie zu hoch ist. Ein **langfristiges Gleichgewicht mit Selbst-Identifikation** ist bei dieser Bestandesstruktur langfristig **nicht möglich**.
- Den **Pooling Gleichgewichten** ist in beiden Fällen gemeinsam, dass die **"niedrigen" Risiken ihren Erwartungsnutzen maximieren, jedoch keine Vollversicherung kaufen**, da die Durchschnittsprämie ihnen zu hoch ist. Die **"hohen" Risiken können weder ihren Erwartungsnutzen maximieren noch eine Vollversicherung kaufen**, da sie sich sonst als **"hohe" Risiken** selbst identifizieren würden, was einem Poolinggleichgewicht widerspricht.



### 3.4. Offene Subventionierung zwischen Vertragstypen

1) Zum Abschluss dieser Analyse betrachten wir noch den Fall, dass die Versicherungsunternehmungen offene Subventionierung zwischen unterschiedlichen Vertragstypen zulassen. Beispielsweise könnten die Verträge für die "hohen" Risiken Verluste generieren, die gerade durch die Gewinne der Verträge für die "niedrigen" Risiken kompensiert werden.

Zur grafischen Veranschaulichung dient die nachstehende Abbildung.



Es liegt ein Versicherungsmarktgleichgewicht in den Punkten C und F mit offener Subventionierung vor.

2) Die Punkte B und G repräsentieren mögliche Gleichgewichtspunkte mit Selbst-Identifikation. Da die Punkte auf den entsprechenden Budgetrestriktionen liegen, entstehen für die Versicherungsunternehmungen weder Verluste noch Gewinne.

Beide Nachfragegruppen würden jedoch Lösungen mit Kontrakten gemäss den Punkten C und F vorziehen, da beide hier höhere Nutzenniveaus erreichen. Zusätzlich ist weiterhin erfüllt, dass die "hohen" Risiken in C vollen Versicherungsschutz kaufen, während die "niedrigen" Risiken in F lediglich Teildeckungen kaufen.

Die Versicherungsunternehmungen realisieren in Punkt C Verluste, da dieser Punkt rechts bzw. oberhalb der Budgetrestriktion für die "hohen" Risiken verläuft. In Punkt F ergeben sich dagegen Gewinne, da dieser Punkt links bzw. unterhalb der Budgetrestriktion für die

**"niedrigen" Risiken** verläuft. Falls die Versicherungsunternehmen offene Subventionierung zwischen Vertragstypen zulassen, bieten sie die beiden Vertragsarten an, solange sie gesamthaft keine Verluste realisieren, d.h. solange die **Gewinne aus den Versicherungen für die "niedrigen" Risiken die Verluste aus den Versicherungen für die "hohen" Risiken ausgleichen**. Es findet offene Quersubventionierung von den „niedrigen“ Risiken zu den „hohen“ statt (aktuelles Beispiel: beim BVG-Rentenumwandlungssatz findet eine Quersubventionierung der Renter durch die Aktiven statt, falls wenig Überobligatorisches versichert ist).

Freier Marktzutritt verhindert, dass langfristig Lösungen angeboten werden, die per Saldo zu Gewinnen für die Versicherungsunternehmen führen.

**3)** Die Parallele zur Budgetgeraden  $\overline{AD}$  der **"niedrigen" Risiken** durch den Punkt F wird durch folgende Gleichung beschrieben

$$X_2 = \frac{M}{\pi_t} - \frac{1 - \pi_t}{\pi_t} X_1 - \delta$$

mit  $\delta > 0$ .

Analog gilt für die Parallele zur Budgetgeraden  $\overline{AB}$  der **"hohen" Risiken** durch den Punkt C:

$$X_2 = \frac{M}{\pi_h} - \frac{1 - \pi_h}{\pi_h} X_1 + \varepsilon$$

mit  $\varepsilon > 0$ .

Für Punkte auf den Parallelen durch F bzw. C liegen für die Versicherungsunternehmung Gewinne aus Versicherungen für die "niedrigen" Risiken und Verluste aus Versicherungen für die "hohen" Risiken vor. Damit die **Gewinne und Verluste sich gerade zu Null saldieren**, müssen sich diese Geraden in einem Punkt auf der Budgetgeraden für den gemischten Bestand schneiden.

In der obigen Grafik z.B. in **Punkt P = (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>)**, für dessen Komponenten gilt:

$$(a) \quad P_2 = \frac{M}{\pi_t} - \frac{1 - \pi_t}{\pi_t} P_1 - \delta,$$

$$(b) \quad P_2 = \frac{M}{\pi_h} - \frac{1 - \pi_h}{\pi_h} P_1 + \varepsilon,$$

$$(c) \quad P_2 = \frac{M}{\pi_d} - \frac{1 - \pi_d}{\pi_d} P_1.$$

Gleichsetzen von Gleichung (a) und (c) führt zu

$$P_1 = M + \delta \frac{\pi_d \cdot \pi_t}{\pi_t - \pi_d}.$$

Analog folgt aus (b) und (c)

$$P_1 = M - \varepsilon \frac{\pi_d \cdot \pi_h}{\pi_h - \pi_d}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\varepsilon = - \frac{\pi_h - \pi_d}{\pi_d \cdot \pi_h} \cdot \frac{\pi_d \cdot \pi_t}{\pi_t - \pi_d} \delta.$$

Wegen  $\pi_h - \pi_d = (1 - \alpha) \cdot (\pi_h - \pi_t)$  und  $\pi_t - \pi_d = \alpha \cdot (\pi_t - \pi_h)$  folgt

$$\varepsilon = \frac{\pi_t}{\pi_h} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \delta.$$

Mit wachsendem  $\alpha$  wird der Term  $(1-\alpha)/\alpha$  kleiner.

Mit dem ursprünglichem  $\alpha$  geht die Budgetgerade durch die Punkte APE. Eine Erhöhung von  $\alpha$  wird in der obigen Grafik dadurch wiedergegeben, dass die Budgetgerade für den gemischten Bestand durch die Punkte A, P' und C geht. Die Vergrößerung von  $\alpha$  bedeutet, dass der Anteil der "hohen" Risiken erhöht wird. Für das gleiche Verhältnis von  $\pi_t$  zu  $\pi_h$  und die gleiche Verschiebung  $\delta$  ist nun eine wesentlich geringere Verschiebung  $\varepsilon$  erforderlich, um eine Saldierung der Gewinne und Verluste zu erreichen. Die Parallele zur Geraden AB geht dann durch den Punkt P'!

Auf der folgenden Seite werden die obigen Beziehungen hergeleitet.

(a) = (c) =>

$$\frac{M}{\pi_t} - \frac{1 - \pi_t}{\pi_t} P_1 - \delta = \frac{M}{\pi_d} - \frac{1 - \pi_d}{\pi_d} P_1 \quad \left| \pi_d \pi_t \right.$$

$$\pi_d M - \pi_d (1 - \pi_t) P_1 - \pi_d \pi_t \delta = \pi_t M - \pi_t (1 - \pi_d) P_1$$

$$\pi_d M - \pi_d P_1 - \pi_d \pi_t \delta = \pi_t M - \pi_t P_1$$

$$(\pi_d - \pi_t) M + (\pi_t - \pi_d) P_1 = \pi_d \pi_t \delta$$

$$P_1 = M + \frac{\pi_d \pi_t}{\pi_t - \pi_d} \delta$$

$$\pi_d := \alpha \pi_h + (1 - \alpha) \pi_t$$

$$\Rightarrow \pi_h - \pi_d = (1 - \alpha) \pi_h - (1 - \alpha) \pi_t$$

$$= (1 - \alpha) (\pi_h - \pi_t)$$

$$\pi_t - \pi_d = \pi_t - \alpha \pi_h - (1 - \alpha) \pi_t$$

$$= \alpha (\pi_t - \pi_h)$$

(b) = (c) =>

$$\frac{M}{\pi_h} - \frac{1 - \pi_h}{\pi_h} P_1 + \varepsilon = \frac{M}{\pi_d} - \frac{1 - \pi_d}{\pi_d} P_1 \quad \Bigg| \cdot \pi_d \cdot \pi_h$$

$$\pi_d M - \pi_d P_1 + \pi_d \pi_h \varepsilon = \pi_h M - \pi_h P_1$$

$$(\pi_d - \pi_h) M + (\pi_h - \pi_d) P_1 = -\pi_d \pi_h \varepsilon$$

$$P_1 = M - \varepsilon \frac{\pi_d \pi_h}{\pi_h - \pi_d}$$

Somit folgt:

$$M + \delta \frac{\pi_d \pi_t}{\pi_t - \pi_d} = M - \varepsilon \frac{\pi_d \pi_h}{\pi_h - \pi_d}$$

$$\varepsilon = - \frac{\pi_d \pi_t}{\pi_t - \pi_d} \left( \frac{\pi_d \pi_h}{\pi_h - \pi_d} \right)^{-1} \delta$$

**4)** Andererseits sieht man an dieser Abbildung sofort, dass **Pooling-Lösungen**, wie sie durch **Punkt P** repräsentiert werden, **nicht von Dauer** sind.

Einerseits sind **Versicherungskontrakte gemäss C und F** sind für die **Versicherungsunternehmung gleichwertig wie die Poolingkontrakte gemäss P**, da in beiden Fällen weder Gewinne noch Verluste generiert werden.

Andererseits ziehen **beide Nachfragegruppen** die Lösung mit separaten Vertragstypen gemäss den **Punkten C und F** vor, da beide Gruppen hierdurch höhere Nutzenniveaus realisieren können.

5) Abschliessend sei noch festgehalten, dass eine langfristige Lösung **nicht möglich ist**, bei der die **"hohen" Risiken die "niedrigen" Risiken subventionieren**. In der obigen Grafik lässt sich das leicht dadurch verifizieren, dass man **Punkt P als Ausgangspunkt** für den gemischten Bestand betrachtet - wie vorher den Punkt A.

Jetzt repräsentieren die **Punkte C und F** mögliche **Gleichgewichtspunkte mit Selbst-Identifikation** - wie vorher die Punkte B und G. Beide Nachfragegruppen befinden sich jetzt auf ihren Budgetrestriktionen, so dass für die Versicherungsunternehmung weder Gewinne noch Verluste entstehen.

**Gewinne für die „hohen“ Risiken** entstehen links bzw. unterhalb ihrer jetzigen Budgetrestriktion durch die Punkte P und C, wie z.B. im Punkt B. **Verluste für die „niedrigen“ Risiken** entstehen rechts bzw. oberhalb ihrer jetzigen Budgetrestriktion durch die Punkte P und F, wie z.B. im Punkt G. **Lösungen in Punkten wie B und G** werden jetzt aber von beiden Nachfragergruppen **nicht so präferiert wie die Ausgangspunkte C und F**, da für beide Gruppen das **Nutzenniveau in den Punkten B und G tiefer ist als in den Punkten C und F**.

Auch für die **Versicherungsunternehmung** besteht vermutlich eine Präferenz für Lösungen in den Punkten C und F, da hier für beide Vertragstypen ausgeglichenen Ergebnisse vorliegen, da sich ja die Punkte C und F auf den entsprechenden Budgetrestriktionen befinden, die zum Ausgangspunkt P gehören.

Somit ergibt sich, dass eine langfristige Lösung **nicht möglich ist**, bei der die **"hohen" Risiken die "niedrigen" Risiken subventionieren**.

## 4. Risk Management

### Vorbemerkung

Für unsere Ausführungen zum Risk Management greifen auf unsere Beiträge zur Vorlesung „Integriertes Risk Management“ an der Universität Basel zurück. Diese zweisemestrige Vorlesung wurde im Studienjahr 2009/10 zum ersten Mal gelesen. sie wird alle zwei Jahre gelesen.

Wie wir sehen werden unterscheidet man zwischen **qualitativem und quantitativem Risk Mangement**.

Nach allgemeinen einführenden Ausführungen zum Risk Management (siehe Kapitel 1.3. Begriffe zum Risk Management) veranschaulichen wir an Hand von Beispielen wesentliche Aspekte des **qualitativem Risk Management für Versicherungen** (siehe Kapitel 4. Beispiele des qualitativen Risk Managements). Diese beiden Kapitel aus der Vorlesung in Basel finden Sie auf meiner Homepage.

Das **quantitative Risk Management** fokussiert auf mathematische Verfahren zur Quantifizierung der drohenden Risiken im Sinn von möglichen Schadenhöhen und zugehörigen Eintretenswahrscheinlichkeiten; es geht also um Verteilungsfunktionen und adäquate Risikomasse. Ein wesentliches Ziel ist die Bestimmung von **erforderlichem Risikokapital zu einem vorgegebenen Sicherheitsniveau**. Für diese Aspekte verweisen wir z.B. auf die Vorlesungen von Prof. Embrechts. Wir beschränken uns hier auf das qualitative Risk Management.