IV. SPEZIALFRAGEN

1. Kritik am Konzept des Erwartungsnutzens

1) Zunächst ist festzuhalten, dass das **Konzept des Erwartungsnutzens** die ökonomische Theorie der Entscheidungen unter Unsicherheit **dominiert**. In Analogie zur Nutzenmaximierung des Konsumenten bei Entscheidungen unter Sicherheit geht man davon aus, dass der rationale Entscheidungsträger bei Entscheidungen unter Unsicherheit den **Erwartungsnutzen maximiert**. **Zusätzlich wird unterstellt, dass er risikoavers ist. Ein Analogon zu dieser zweiten Annahme ist bei der Theorie unter Sicherheit nicht erforderlich.**

2) Ein grosser Vorteil dieser "Parallelität" liegt darin, dass sich die Modellstrukturen und Analysemethoden von der Konsumententheorie bei Sicherheit übertragen lassen auf die Konsumententheorie bei Unsicherheit. In beiden Fällen handelt es sich im wesentlichen um Maximierungsprobleme adäquater Nutzenfunktionen unter Nebenbedingungen.

Selbstverständlich ist diese - unter formalen modelltheoretischen Gesichtspunkten - als "schön" zu beurteilende "Parallelität" kein Argument für die Anwendung des Konzeptes des Erwartungsnutzens.

Im folgenden wollen wir in Anlehnung an das Buch von Gravelle und Rees die wesentlichen Kritikpunkte am Konzept des Erwartungsnutzens betrachten. Die Autoren unterscheiden die folgenden drei Punkte:

- Realitätsbezug der Axiome,
- Konsistenz der Axiome,
- Ausmass der Rationalität,

die wir in dieser Reihenfolge behandeln werden.

1.1. Realitätsbezug der Axiome

1) Als erstes beschäftigen wir uns mit der Frage nach dem **Realitätsbezug der Axiome**. Kann man davon ausgehen, dass ein rationaler Konsument sich gemäss diesen Axiomen verhält? Hier geht man der Frage nach, ob die Grundlagen des Modells einen sinnvollen Bezug zur Realität haben, die mit diesem Modell analysiert werden soll. Es ist also eine Frage mit **"Aussenbezug"**, d.h. sie ist angesiedelt im Spannungsfeld der **Beziehungen zwischen Modell und Realität**.

Gravelle und Rees schreiben hierzu auf Seite 559:

"Although axioms 1 (ordering of prospects), 2 (preference increasing with probability) and 3 (existence of equivalent standard prospects) may seem more or less plausible, axioms 4 (rational equivalence; “kein Spass am Spielen”) and 5 (context independence; Substituierbarkeit) appear to assume a good deal of rationality and objectivity, in the face of risky decisions, which may in a priori terms seem rather strong."

Die Frage nach dem Realitätsbezug der Grundannahmen eines Modells ist eine generelle wissenschaftstheoretische Frage. Gravelle und Rees verweisen auf zwei mögliche Stellungnahmen:

2) Eine mögliche Reaktion geht auf **Milton Friedman** zurück. (Literaturquelle ?). Hiernach ist der **Realitätsbezug der Axiome** (der Grundannahmen) eines Modells **irrelevant**. Entscheidend ist lediglich die Qualität der Aussagen (Vorhersagen), die sich aus diesen Axiomen im Rahmen der Modellanalysen ableiten lassen. Wichtig ist also nach Friedman, dass die **Modellaussagen** die Realität gut beschreiben; ob die dazu verwendeten **Modellannahmen** mit der Realität in Einklang zu bringen sind interessiert ihn nicht.

3) Diesem Ansatz widerspricht **T. Koopmans** (Three Essays on the State of Economic Science, McGraw Hill, 1957, Ch. 2.), indem er darauf verweist, dass die **Axiome** (die Modellannahmen) ihrerseits **direkte Vorhersagen** (Modellaussagen) **über das Verhalten** der Entscheidungsträger sind. Insofern ist es entscheidend, ob wir das Erfülltsein dieser Modellannahmen als gegeben ansehen oder nicht. D.h. wir haben zu entscheiden, ob die Modellannahmen als wahr (zutreffend) oder unwahr (nicht zutreffend) zu beurteilen sind.

4) Vom **logischen Standpunkt** her erscheint mir persönlich die Stellungnahme von Friedman diskussionswürdig, dagegen glaube ich, dass man der Position von Koopmans spontaner zustimmen kann.

Modellaussagen sind "Wenn ....., dann ...."-Aussagen. Um hiermit sinnvolle Aussagen über die Realität machen zu können, müssen meiner Meinung nach zwei Bedingungen erfüllt sein:

(1) Zum ersten müssen die **Ableitungen logisch korrekt** erfolgt sein. Sie dürfen z.B. nicht gegen anerkannte Regeln der Logik verstossen. Dies ist ein **formales Kriterium**. Hier wird **logische Konsistenz** innerhalb des Modells gefordert, ohne über eine Interpretation des Modells den Bezug zur Realität herzustellen. Grob vereinfachend kann man auch sagen: Hier wird gefordert, dass keine "Rechenfehler" gemacht werden dürfen. Man bewegt sich hier innerhalb einer formalen Sprache. Die Kriterien sind korrekt (**richtig**) und nicht-korrekt (**unrichtig**, falsch).

(2) Die zweite Bedingung stellt den Bezug der "Wenn ..., dann ..."-Aussage zur Realität her. Hier geht es um die **Interpretation des Modells**. Die entsprechenden Kriterien sind **wahr** (zutreffend, ist erfüllt) und **unwahr** (nichtzutreffend, ist nicht erfüllt).

Bei der Interpretation von Modellen geht man wie folgt vor: Falls erstens die "Wenn..., dann ..."-Aussage korrekt hergeleitet ist (d.h. Bedingung (1) ist erfüllt) und falls zweitens die hinreichende Bedingung, die durch den "Wenn ..."-Teil der obigen Aussagen beschrieben wird, wahr ist (d.h. bei einer gegebenen Interpretation des Modells zutrifft), dann folgt, dass auch der "Dann ..."-Teil der obigen Aussage bei der gleichen Interpretation des Modells wahr ist.

5) Als **Konsequenz** für das wissenschaftliche Arbeiten mit Modellen ergibt sich:

(1) Man darf bei der Ableitung von Modellaussagen selbstverständlich **keine logischen** (syntaktische) **Fehler** machen.

(2) Man muss den **Wahrheitsgehalt der Modellannahmen** überprüfen. Ist er gegeben, so ist auch der Wahrheitsgehalt aller richtig abgeleiteten Modellaussagen gegeben. Ist dagegen der Wahrheitsgehalt der Modellannahmen nicht gegeben, so kann man über den Wahrheitsgehalt der Modellaussagen keine Aussagen machen.

(3) Ist dagegen der **Wahrheitsgehalt der Modellaussagen offensichtlich nicht gegeben**, so kann man daraus schliessen, dass der Wahrheitsgehalt der Modellannahmen nicht gegeben ist, falls bei den Ableitungen keine logischen Fehler gemacht wurden.

Die Aussagen unter den Punkten (2) und (3) hängen mit der Unterscheidung zwischen **hinreichenden und notwendigen** Bedingungen zusammen.

Die Axiome (Grundannahmen) eines Modells kann man als hinreichende, jedoch nicht notwendige Bedingungen für die Modellaussagen interpretieren. (Falls nötig zur Veranschaulichung des Unterschieds zwischen hinreichend und notwendig auf den Satz verwiesen: "**Wenn es regnet, ist die Strasse nass**.")

6) In diesem Kontext stellt sich noch ein gravierenderes Problem, dass in der **Überprüfung des Wahrheitsgehaltes von Modellannahmen und -aussagen** besteht. Hierzu verweisen wir im Sinne eines **Beispiels** auf das **Bohr'sche Atommodell**. Zunächst ist unbestritten, dass Materie existiert - unabhängig von den menschlichen Atommodellen. Nach unseren heutigen Erkenntnissen wissen wir, dass das Bohr'sche Atommodell gewisse Phänomene, die wir beobachten (messen) können, nicht beschreiben kann. Andererseits gibt es Phänomene, die es hinreichend gut beschreibt. Es lässt sich feststellen, dass die Überprüfung des Wahrheitsgehalts von Modellannahen und -aussagen abhängig wird von der (**Mess-)Genauigkeit der Beobachung**. Entscheidend ist, dass bei der Überprüfung der Modellannahmen auf Wahrheitsgehalt automatisch eine Ausprägung der "Messgenauigkeit" festgelegt wird. Die Modellaussagen haben dann zunächst auch nur im Ausmass dieser "Messgenauigkeit" Gültigkeit. (Hinweis: Fraktale Elemente: wie lang ist die Küste Englands?)

Nach diesen allgemeingültigen Aussagen zur Modelltheorie und den Wahrheitsgehalt der Modellaussagen kehren wir zu dem Axiomsystem des Erwartungsnutzens zurück.

7) Als Beispiel greifen Gravelle und Rees **Axiom 5** (Substituierbarkeit) heraus. Dieses Axiom führt zu folgender Schlussfolgerung:

Angenommen, es gibt einen Entscheidungsträger, für den die beiden folgenden Indifferenzrelationen gelten:

(1) $70 \text{ CHF} \sim (0.5, 0.5; 200 \text{ CHF}, 10 \text{ CHF}) =: L_1$

(2) $100 \text{ CHF} \sim (0.75, 0.25; 200 \text{ CHF}, 10 \text{ CHF}) =: L_2$

Dann folgt aus Axiom 5, dass für diese Entscheidungsträger auch die folgende Indifferenzrelation gilt:

(3) $(0.5, 0.5; 70 \text{ CHF}, 100 \text{ CHF}) \sim (0.5, 0.5; L_1, L_2)$.

Durch **Experimente** lässt sich nun überprüfen, ob solche Implikationen tatsächlich für konkrete Entscheidungsträger gelten oder nicht gelten. Falls dies entschieden werden soll, stellt sich sofort die **Frage**

nach der "Messgenauigkeit". Wann ist denn ein Entscheidungsträger indifferent zwischen der Lotterie L_1 und dem sicheren Einkommen von 70 CHF? Wenn er das einmal sagt, häufig, fast immer oder tatsächlich immer. Wie führt man solche Testfragen (Experimente) durch und wann sagt man, dass eine solche Indifferenzrelation für einen konkreten Entscheidungsträger wahr ist?

8) Von verschiedenen Psychologen sind sogenannte "**kontrollierte Experimente**" gemacht worden, um Aufschluss über die Entscheidungsfindung bei Unsicherheit zu erlangen. Als Ergebnis lässt sich gemäss Gravelle und Rees (S. 560) festhalten:

"A general conclusion which can be drawn from these studies is that where relatively **simple choices** are involved decision-takers will **conform to the expected utility hypothesis**, while in more complex situations they tend to depart from it. .... we note that the experimental evidence gives only limited support for the hypothesis that decision-takers choose among prospects as if they were maximizing expected utility."

9) Hieraus lässt sich eventuell ableiten, dass man sich **gerne gemäss dem Konzept des Erwartungsnutzens verhalten würde**, wenn man nur könnte. Die vorgestellten Axiome geben einem im Prinzip die Möglichkeit, konstruktiv eine Nutzenfunktion zu definieren und sie dann auf ein konkretes Problem auch anzuwenden; d.h. falls die Anwendung nicht zu kompliziert wird.

Als konkretes Beispiel sei an die Entscheidung der Geschäftsleitung der SBG erinnert, als sie sich für ein Zusammengehen mit der Rentenanstalt entschied. Wie soll man da das Konzept des Erwartungsnutzens konkret anwenden? Vermutlich fällt es bei nicht so gravierenden Entscheidungen leichter, wie z.B. bei der Auswahl des Rotweins für ein Geschäftsessen. Interessant wäre vermutlich allein ein Vergleich der aufgewendeten Zeit der Geschäftsleitung für diese beiden ach so unterschiedlichen Entscheidungssituationen.

10) Diese Ideen weiterführend kann man auch argumentieren, dass man so weit als möglich nach dem Konzept des Erwartungsnutzens Entscheidungen unter Unsicherheit treffen soll. D.h. man weist diesem Vorgehen **normativen Charakter** zu, indem man es als Richtlinie für rationales Handeln deklariert.
Mit diesen Überlegungen wollen wir unsere Ausführungen zum Realitätsbezug der obigen Axiome vorläufig beenden. Wir wenden uns nun

deren innerer Konsistenz zu. Abschliessend greifen wir dann, jedoch auf einem abstrakteren Niveau, noch einmal den Realitätsbezug auf.

1.2. Konsistenz der Axiome

1) Im vorliegenden Abschnitt geht es also um die Konsistenz der Axiome untereinander für das Modell des Erwartungsnutzens; es handelt sich hier um eine **"innenbezogene" Frage**.

Gravelle und Rees folgend betrachten wir das nachstehende **Beispiel von Allais**:

Angenommen man bekomme die folgenden beiden Alternativen zur Auswahl:

(1) man erhält 0.5 Mio. CHF sicher;

(2) man erhält folgende Lotterie L_1
L_1 := (0.1, 0.89, 0.01; 2.5 Mio. CHF, 0.5 Mio. CHF, 0 CHF).

Jeder treffe für sich die Entscheidung.

2) Angenommen man habe sich **für die Alternative (1) entschieden**, d.h. man hat sich für die sichere halbe Million Franken entschieden. Dann gilt im Rahmen des Modells des Erwartungsnutzens mit der Nutzenfunktion u:

$$u(0.5\text{ Mio. CHF}) > 0.1 \cdot u(2.5\text{ Mio. CHF}) + 0.89 \cdot u(0.5\text{ Mio. CHF}) + 0.01 \cdot u(0\text{ Mio.Fr.}).$$

Subtraktion von $0.89 \cdot u(0.5\text{ Mio. CHF})$ auf beiden Seiten der Ungleichung führt zu:

(3) $0.11 \cdot u(0.5\text{ Mio. CHF}) > 0.1 \cdot u(2.5\text{ Mio. CHF}) + 0.01 \cdot u(0\text{ Mio. CHF}).$

3) Angenommen man erhält eine **zweite Entscheidung** zwischen zwei Alternativen vorgelegt; diesmal zwischen den beiden folgenden Lotterien:

(4) L_2 := (0.11, 0.89; 0.5 Mio. CHF, 0 CHF),

(5) L_3 := (0.1, 0.9; 2.5 Mio. CHF, 0 CHF).

Wiederum möge jeder für sich die Entscheidung treffen.

4) Angenommen man habe sich diesmal **für die Alternative (5) entschieden**, d.h. für die Lotterie L_3.

Dann gilt diesmal

$$0.1 \cdot u(2.5 \text{ Mio. CHF}) + 0.9 \cdot u(0 \text{ CHF}) > 0.11 \cdot u(0.5 \text{ Mio. CHF}) + 0.89 \cdot u(0 \text{ CHF}).$$

Subtraktion von $0.89 \cdot u(0 \text{ CHF})$ auf beiden Seiten der Ungleichung führt nun zu:

(6) $0.1 \cdot u(2.5 \text{ Mio. CHF}) + 0.01 \cdot u(0 \text{ CHF}) > 0.11 \cdot u(0.5 \text{ Mio. CHF})$.

5) Die beiden **Ungleichungen (3) und (6) widersprechen sich** offensichtlich. Gravelle und Rees schreiben dazu auf Seite 561:

"... so someone who prefers 0.5 Mio. CHF for certain to L_1, and L_3 to L_2, cannot be behaving in a way consistent with the expected utility hypothesis. But, Allais argues, many people would find it perfectly reasonable to choose in this way, and so, by introspection, we must reject the expected utiliy hypothesis."

6) Falls man sich so verhält wie von Allais unterstellt, so liegt tatsächlich eine Inkonsistenz vor. **L.J. Savage** versucht in "The Foundations of Statistics" (New York, 1954, S. 91-104), diese Inkonsistenz klarer aufzuzeigen. Als er sich mit diesen Fragen beschäftigte, wollte er eigentlich das Konzept des Erwartungsnutzens stützen. Allerdings verhielt er sich jedoch, als er das erste Mal mit den Alternativen des Beispiels von Allais konfrontiert wurde, gerade so wie Allais es postuliert hatte; d.h. er verhielt sich inkonsistent.

7) Zur Verdeutlichung der Inkonsistenz bei diesem Verhalten geht Savage von den drei Zuständen E_1, E_2 und E_3 aus, die mit den Wahrscheinlichkeiten 0.01, 0.1 und 0.89 eintreten.

Die obigen Lotterien aus dem Beispiel von Allais kann man dann wie folgt beschreiben:

(a) **Sicherheitszustand**: in allen drei Zuständen E_1, E_2 und E_3 erhält man 0.5 Mio. CHF;

(b) **Lotterie L_1** : in E_1 erhält man 0 CHF, in E_2 2.5 Mio. CHF, in E_3 0.5 Mio. CHF;

(c) **Lotterie L_2** : in E_1 erhält man 0.5 CHF, in E_2 0.5 Mio. CHF, in E_3 0 Mio. CHF;

(d) **Lotterie L_3** : in E_1 erhält man 0 CHF, in E_2 2.5 Mio. CHF, in E_3 0 Mio. CHF

Wir stellen nun die beiden Entscheidungssituationen anhand einer Auszahlungsmatrix in der nachstehenden Tabelle dar:

Zustände	**E_1**	**E_2**	**E_3**
Eintretenswahrscheinlichkeit	0.01	0.10	0.89
Situation 1			
Sicherheitszustand	0.5	0.5	0.5
L_1	0.0	2.5	0.5
Differenz (= "sicher – L_1")	0.5	-2.0	0.0
Situation 2			
L_2	0.5	0.5	0.0
L_3	0.0	2.5	0.0
Differenz (= "L_2 – L_3")	0.5	-2.0	0.0

Die Differenzen geben jeweils an, wie hoch der "Nettogewinn" oder der "Nettoverlust" in jedem Zustand E_i (i = 1, 2, 3) ist, falls in Situation 1 der Sicherheitszustand anstelle von Lotterie L_1 gewählt wird und falls in Situation 2 die Lotterie L_2 anstelle der Lotterie L_3 gewählt wird. Der Begriff Nettoverlust ist hier im Sinne der Opportunitätskosten als entgangener Gewinn zu interpretieren.

8) Für **Situation 1** gilt also, dass die **Auswahl des Sicherheitszustandes** statt der Lotterie L_1

- für den Zustand E_1 einen Nettogewinn von 0.5 Mio. CHF,
- für den Zustand E_2 einen Nettoverlust von 2.0 Mio. CHF,
- für den Zustand E_3 weder einen Nettogewinn noch -verlust

impliziert.

Bei diesem Verhalten ist man also bereit, in Zustand E_2, der mit Wahrscheinlichkeit 0.1 eintritt, einen Nettoverlust von 2.0 Mio. CHF zu akzeptieren, d.h. auf eine Auszahlungserhöhung von 0.5 Mio. CHF auf 2.5 Mio. CHF zu verzichten, während man in Zustand E_1, der mit Wahrscheinlichkeit 0.01 eintritt, nicht bereit ist die Auszahlung von 0.5 Mio. CHF zu riskieren, um eventuell nichts zu erhalten.

Die Auszahlungen in Zustand E_3, der mit Wahrscheinlichkeit 0.89 eintritt, sind in beiden Fällen gleich hoch, so dass sie für diese Betrachtung irrelevant sind; sie betragen jeweils 0.5 Mio. CHF

9) Falls wir uns - wie Allais unterstellt - **in Situation 2 für die Lotterie L_3** entscheiden, so erhalten wir gerade die entgegengesetzten Aussagen.

Hier ist man also bereit, in Zustand E_1, der mit Wahrscheinlichkeit 0.01 eintritt, einen Nettoverlust von 0.5 Mio. CHF zu akzeptieren, d.h. eine Reduktion der Auszahlung von 0.5 Mio. Fr. auf 0 CHF, um im Gegenzug in Zustand E_2, der mit Wahrscheinlichkeit 0.1 eintritt, die Chance zu haben einen Nettogewinn von 2.0 Mio. CHF in dem Sinn zu realisieren, dass die Auszahlung von 0.5 Mio. CHF auf 2.5 Mio. CHF erhöht wird. Wiederum ist der Zustand E_3 irrelevant für diese Betrachtung, da in beiden Fällen gleichviel, diesmal nichts, ausbezahlt wird.

10) Auf diese Weise zeigt sich sehr deutlich, die **Inkonsistenz** im Kontext des Erwartungsnutzens, die durch ein **Verhalten gemäss Allais** impliziert wird. Als Savage diese Inkonsistenz seiner ursprünglichen Entscheidung sah, war er bereit seine Entscheidung zu revidieren, um diesen "Fehler" zu eliminieren. D.h. er weist dem Konzept des Erwartungsnutzens **normativen Charakter** zu. Man möchte sich gerne so verhalten.

Das Problem liegt darin, dass man jedoch mit der Theorie des Erwartungsnutzens **reales ökonomisches Verhalten beschreiben** will. Gravelle und Rees schreiben dazu auf den Seiten 562 und 563:

"More over, as we have stressed all along, from the point of view of economic theory we wish to use the expected utility hypothesis to derive propositions about real economic behaviour, and so we are concerned with the way in which choices are actually made. **Hence we still require the hypothesis to have positive and not simply normative, content.** Thus, if the "inconsistent" response to examples such as Allais, is at all widespread, this must lead to doubts about the empirical validity of the theory."

Mit diesem Zitat schliessen wir unsere Ausführungen zur Konsistenz der Axiome und wenden uns dem dritten Kritikpunkt am Konzept des Erwartungsnutzens zu, der das Ausmass an Rationalität, zur Diskussion stellt, das einem solchen Verhalten zugrunde liegt.

1.3. Ausmass der Rationalität

1) Es ist sicherlich unbestritten, dass das Verhalten nach dem **Konzept des Erwartungsnutzens enorm hohe Anforderungen an die Rationalität** des Entscheidungsträgers stellt. Insofern trifft die generelle Kritik von **H.A. Simon** an dem grundlegenden Konzept der rationalen Entscheidung in der ökonomischen Theorie die Theorie des Erwartungsnutzens besonders stark (vgl. "Theories of Bounded Rationality", Ch. 8 of C.B. Mc Guire and R. Radner (eds): Decision and Organisation, North-Holland, Amsterdam, 1972; "Theories of Decision-Marking in Economics and Behavioural Sience", American Economic Revierw, Vol. XLIX, No. 3, 1959).

2) Bei diesen Verhaltenskonzepten steht der Entscheidungsträger einer "grossen" Menge von Alternativen gegenüber, die er mit einer Präferenzordnung zunächst ordnet. Unter Berücksichtigung einiger Nebenbedingungen sucht er dann die für ihn "beste" Lösung, die ihn zu einem "Nutzenmaximum" führt. Simon argumentiert nun, dass in der Realität die Entscheidungsträger **zwei Restriktionen** unterworfen sind, die ein **solch "rationales" Verhalten unmöglich** machen. Zum einen verweist er auf die enormen Rechenkapazitäten, die für ein solches Verhalten erforderlich sind.

Zum anderen - und diese Kritik halte ich für wesentlich substantieller - sehen sich die Entscheidungsträger mit einem **enormen Informationsproblem** konfrontiert; dies besteht einerseits aus einem **Informationsbeschaffungsproblem** und andererseits aus einem **Informationsverarbeitungsproblem**.

3) Nach **Simon** führen diese beiden Beschränkungen dazu, dass man nicht ein beliebig grosses Ausmass an Rationalität einer relevanten ökonomischen Theorie zugrunde legen darf. Simon führt stattdessen **das Konzept der "beschränkten Rationalität" (bounded rationality)** ein. Er unterscheidet zwei Möglichkeiten, wie man das Konzept der beschränkten Rationalität in ökonomische Modelle integrieren kann, die man als "Approximationsansatz" bzw. als "Zufriedenheitsansatz" bezeichnen kann.

4) Wir betrachten zunächst den "**Approximationsansatz**". Die Grundidee besteht darin, dass man von einer stark vereinfachten Beschreibung der Realität ausgeht, so dass der Entscheidungsträger in die Lage versetzt wird, dieses reduzierte Ausmass an Komplexität "rational" zu handhaben. Man erhält so weiterhin ein Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen, allerdings ist die Anzahl der Alternativen stark reduziert.

Für die hier betrachteten Aufgabenstellungen heisst das, dass man lediglich eine sehr kleine Anzahl von sehr breit definierten Zuständen berücksichtigen kann. Ferner steht lediglich eine kleine Anzahl von alternativen Lotterien zur Verfügung. Ziel dieser Überlegungen ist es, eine sehr komplexe Entscheidungssituation durch eine möglichst einfache zu ersetzen bzw. zu approximieren. Bezüglich der Approximations-Entscheidungssituation wird dann wieder - wie üblich - rational unter Beachtung von Nebenbedingung optimiert. Die "beste" Lösung in diesem Kontext ist selbstverständlich nur eine "approximativ beste" Lösung bezogen auf das ursprüngliche Entscheidungsproblem.

Ein grosses Problem stellt hier natürlich die **Frage nach der Güte der Approximation** dar und damit nach dem Grad der Abweichung zwischen der besten Lösung des "Approximationsmodells" und der besten Lösung des "realitätsbezogenen Modells". Die Sachlage wird für mich dadurch nicht einfacher, dass meiner Meinung nach jedes theoretische Modell lediglich eine stark vereinfachte Approximation der äusserst komplexen Realität ist.

Zusätzlich stellt sich die Frage, ob die Methode, die bei lediglich limitierten Möglichkeiten zur Informationsbeschaffung und –verarbeitung zur optimalen Lösung führt, auch bei unlimitierten Möglichkeiten tatsächlich die beste Lösung liefert.

In diesem Zusammenhang möchten wir auf das folgende Zitat von **George Bernhard Shaw** verweisen: **"For every complex problem, there exists an easy solution, and it is wrong".**

5) Dieser Kritikpunkt führt Simon zu seiner zweiten Möglichkeit, beschränkte Rationalität in ein Entscheidungsmodell einzubauen. Im Englischen wird dieser Ansatz als "**satisficing model**" benannt. Als Übersetzung bietet sich eventuell "**Zufriedenheitsansatz**" an. Inhaltlich fände ich eine Bezeichnung wie z.B. "**Evolutionsansatz**" treffender.

Simon schlägt hier vor, nicht wie üblich eine Präferenzordnung auf eine grosse oder kleine Menge von Alternativen anzuwenden und ein Optimum zu suchen, sondern stattdessen **mit einer akzeptablen Auswahl** (Lösung) zu **beginnen** (aspiration level of the value of the outcome). Im allgemeinen ist davon auszugehen, dass diese Anfangsauswahl einen "Nutzen" impliziert, der niedriger ist, als der der optimalen Wahl.

In den folgenden Schritten berücksichtigt der Entscheidungsträger stets mehr Alternativen, so dass sich seine Entscheidungssituation der des oben geschilderten Approximationsansatz tendenziell annähert. Die Suche nach der Ziellösung wird eingestellt, wenn der Entscheidungsträger eine **zufriedenstellende Lösung** gefunden hat; auf die Suche nach der "besten" Lösung wird verzichtet.

6) Vor einer modelltheoretischen Anwendung dieses "satisficing model"-Ansatzes sind viele Fragen zu klären; wie z.B. wird die Ausgangswahl definiert, welche Alternativen und Zustände werden in welchen Schritten in welcher Reihenfolge berücksichtigt?

Trotz dieser Vielzahl an offenen Fragen empfinde ich diesen "evolutionären Ansatz" zur Suche einer "zufriedenstellenden Lösung" als sehr realistisch - insbesondere nach mehr als 20 Jahren Arbeit in einem Grossbetrieb.

1.4. Zusammenfassung

1) Abschliessend lässt sich zusammenfassen, dass das **Konzept des Erwartungsnutzens** zur Lösung von Entscheidungsproblemen unter Unsicherheit unbestreitbar sowohl ein **enorm hohes Ausmass an Rationalität** als auch im Prinzip **unlimitierte Informationsbereitstellung und -verarbeitungsmöglichkeiten** voraussetzt. Es stellt sich die Frage, ob nicht durch diese Annahmen gewisse Charakteristika von Entscheidungssituationen unter Unsicherheit gerade eliminiert werden.

Kann man Unsicherheit nur durch die Berücksichtigung von verschiedenen Zuständen mit gewissen Eintretenswahrscheinlichkeiten und zugehörigen Auszahlungen realitätsnah modellieren? Oder gehören nicht auch **Informationsdefizite** typischerweise dazu? Der Ansatz der beschränkten Rationalität wirft meiner Meinung nach ernstzunehmende Fragen auf.

2) Bezüglich der Problematik der **Konsistenz der Axiome** lässt sich anführen, dass man stets irgendwelche "akademischen" oder **"pathologischen" Beispiele** konstruieren kann, die fast jede Aussage in Frage stellen können. (Gravelle und Rees sprechen in diesem Zusammenhang auf Seite 565 von "Allais' armchair examples").

3) Die Kritik hinsichtlich des **Realitätsbezugs der Axiome** lässt sich eventuell dadurch relativieren, dass man die Relevanz der angeführten kontrollierten Experimente bezweifelt.

Wie fast immer bei komplexen Fragestellungen lässt sich so oder gerade entgegengesetzt argumentieren.

4) Offensichtlich ist jedoch, dass erstens das **Konzept des Erwartungsnutzens die ökonomische Theorie der Entscheidung unter Unsicherheit dominiert** und dass zweitens keine andere Theorie oder anderes Konzept auch nur annähernd so weit entwickelt worden ist.

Unter Berufung auf eine weitgefasste Interpretation des "evolutionären Ansatzes" gemäss der beschränkten Rationalität bleibt einem vielleicht nichts anderes übrig als die Feststellung, dass **das Konzept des Erwartungsnutzens heute als "zufriedenstellend" anzusehen ist**, da zur Zeit nichts besseres verfügbar ist. Das Ziel muss halt darin bestehen, das Konzept zu verbessern oder durch ein besseres zu ersetzen nach dem Motto:

"Nicht direkt etwas Gutes anstreben; sondern lediglich jedes Jahr besser sein als im Vorjahr!"

(Beispiele: EDV- Grossprojekte; Kostenmodelle Kollektiv Leben)

(Vergleiche auch NZZ Folio März 2009: Entscheidungen. Die Tyrannei derfreien Wahl

Insbesondere Seite 21/22: 5. Vertrauen Sie ihrem Instinkt)

2. Schadenverhütung und Moral Hazard[1]

2.1. Einführung

1) Im vorliegenden Kapitel analysieren wir Fragen im Zusammenhang mit Schadenverhütungsmassnahmen und der Moral-Hazard-Problematik. Diese beiden Problembereiche sind eng miteinander verknüpft, da in beiden Fällen Verhaltensänderungen aufgrund von Versicherungsschutz betrachtet werden.

Bildlich gesprochen wird dem Versicherungsnehmer durch den Versicherungsschutz **"ein Leben im versicherungsmathematischen Modell"** ermöglicht, dass ihm eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Abkoppelung von der finanziellen Realität ermöglicht. Gegenstand der Analysen in diesem Kapitel sind die dadurch **gegebenenfalls induzierten Verhaltensänderungen des Versicherungsnehmers.**

2) Im folgenden Abschnitt 2.2. wird zunächst der formale **Modellrahmen** entwickelt, der im wesentlichen den bisherigen Modellen entspricht.

3) Im Abschnitt 2.3. werden **Schadenverhütungsmassnahmen** durch den Versicherungsnehmer eingeführt. Zur Vereinfachung der Darstellung wird hierbei unterschieden, dass diese Massnahmen entweder nur die Schadenhöhe oder nur die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit beeinflussen. Ferner wird angenommen, dass die **Versicherungsunternehmung vollständige Information** bezüglich der Schadenverhütungsmassnahmen durch den Versicherungsnehmer hat. Als Konsequenz hiervon berücksichtigt die Versicherungsunternehmung dies in der Prämienbestimmung. Man spricht in diesem Fall von **verhaltensabhängiger Tarifierung**.

Zu Vergleichszwecken wird jeweils auch die Situation ohne Versicherungsmöglichkeit analysiert.

4) Der Abschnitt 2.4. schliesslich ist der **Moral-Hazard-Problematik** gewidmet. Hier wird angenommen, dass die Versicherungsunternehmung keine Information über die Schadenverhütungsmassnahmen

[1] Die Ausführungen in diesem Kapital beruhen im wesentlichen auf der Dissertation von Martin Nell "Versicherungsinduzierte Verhaltensänderungen von Versicherungsnehmern. Eine Analyse der Substitutions-, Moral Hazard- und Markteffekte", 1992.

des einzelnen Versicherungsnehmer hat. Es liegt also eine Situation **asymmetrischer Information** vor. Dies führt dazu, dass die Versicherungsunternehmung die Schadenverhütungsmassnahmen des einzelnen Versicherungsnehmers nicht in der Prämienbestimmung berücksichtigen kann. Es resultiert **verhaltensunabhängige Tarifierung.**

Zur Einführung in die Moral-Hazard-Problematik werden einleitend kurz die wesentlichen Aspekte des **Prinzipal-Agent-Problems** skizziert.

2.2. Der Modellrahmen

1) Ausgangspunkt ist ein repräsentatives Individuum mit gegebenem **Anfangsvermögen** $\hat{X}$. Mit **Wahrscheinlichkeit p** kann ein **Schaden in Höhe von L** eintreten. Zur Vereinfachung der Analyse betrachten wir ausschliesslich Totalschäden. Die **Versicherungsleistung I** sei proportional zum Schaden L, also $I = \alpha \cdot L$; für den **Deckungsgrad** α gilt $0 \le \alpha \le 1$. Der **Selbstbehalt SB** des Versicherungsnachfragers beträgt somit $(1-\alpha) \cdot L$. Bei der Prämienbestimmung wird ein **Zuschlagsfaktor q** ≥ 1 berücksichtigt. Die **Versicherungsprämie VP** werde nach dem Erwartungswertprinzip bestimmt:

$$VP = \alpha \cdot q \cdot p \cdot L.$$

Für das Endvermögen gilt dann

$X_1 = \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L$ mit Wahrscheinlichkeit 1-p, falls der Schaden nicht eintritt,

$X_2 = \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L - (1-\alpha) \cdot L$ mit Wahrscheinlichkeit p, falls der Schaden eintritt.

2) Mit **s** werden das **Schadenverhütungsniveau** bezeichnet. Für die **Kosten c der Schadenverhütung** gelte

$$c = c(s) \quad \text{mit} \quad c'(s) > 0, \quad c''(s) > 0.$$

Es werden also **zunehmende Grenzkosten der Schadenverhütung** unterstellt.

Je nach Analyse kann die Schadenhöhe L bzw. die Schadeneintretenswahrscheinlichkeit p vom Schadenverhütungsniveaus abhängig sein, dann gelte

$$L = L(s) \quad \text{mit} \quad L'(s) < 0, \quad L''(s) > 0,$$

$$p = p(s) \quad \text{mit} \quad p'(s) < 0, \quad p''(s) > 0.$$

Die **Schadenverhütungsmassnahmen** sind also durch **abnehmende Grenzerträge** gekennzeichnet.

3) Die **Nutzenfunktion** des Nachfragers werde mit **u** bezeichnet. Für den **Erwartungsnutzen E[u]** ergibt sich dann

$$E[u(X)] = (1-p) \cdot u(X_1) + p \cdot u(X_2).$$

Maximierung des Erwartungsnutzens in Abhängigkeit vom Deckungsgrad α führt zu

$$\max_\alpha E[u(X)] \quad = \quad \max_\alpha [\, (1-p) \cdot u(X_1) + p \cdot u(X_2)]$$

$$= \max_\alpha \; [(1-p) \cdot u\left(\hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L\right)$$

$$+ p \cdot u\left(\hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L - (1-\alpha) \cdot L\right)].$$

Die **Bedingung erster Ordnung** lautet

$$\frac{d}{d\alpha} E[u(X)] \; = \; 0,$$

also

$$(1-p) \cdot u'\left(\hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L\right) \cdot (-q \cdot p \cdot L) +$$

$$+ p \cdot u'\left(\hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L - (1-\alpha) \cdot L\right) \cdot (-q \cdot p \cdot L + L) = 0.$$

Es folgt

$$-(1-p) \cdot u'(X_1) \cdot q \cdot p \cdot L + p \cdot u'(X_2) \cdot (1-q \cdot p) \cdot L = 0$$

also

$$\frac{1-p}{p} \cdot \frac{u'(X_1)}{u'(X_2)} = \frac{1-q \cdot p}{q \cdot p}.$$

Für eine **Vollversicherung** gilt $X_1 = X_2$ und somit $u'(X_1) = u'(X_2)$.

Also ergibt sich für diesen Spezialfall

$$q \cdot (1-p) = 1 - q \cdot p$$

bzw.

$$q = 1.$$

Aus der Bedingung erster Ordnung für ein Nutzenmaximum folgt also, dass eine Vollversicherung nur für q=1 nachgefragt wird. Man spricht dann von einer "fairen" Prämie. Es ist zu beachten, dass die Zahlungsbereitschaft des risikoaversen Nachfragers grösser ist als die faire Prämie.

2.3. Schadenverhütungsmassnahmen und vollständige Information der Versicherungsunternehmung

1) Zur Vereinfachung der Darstellung untersuchen wir nur die beiden Fälle, in denen die Schadenverhütungsmassnahmen entweder nur die Schadenhöhe L vermindern oder nur die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p; letzteres wird lediglich im Anhang zu Abschnitt 2.3. wiedergegeben. Zu Vergleichszwecken werden jeweils die Fälle ohne bzw. mit zusätzlicher Versicherungsmöglichkeit betrachtet.

2) Die Annahme der vollständigen Information der Versicherungsunternehmung führt dazu, dass letztere über die Schadenverhütungsmassnahmen des Versicherungsnachfragers informiert ist und dies bei der Prämienbestimmung berücksichtigt. Dies ändert sich in Abschnitt 2.4. bei der Behandlung der Problematik von Moral Hazard.

2.3.1. Beeinflussbare Schadenhöhe und keine Versicherungsmöglichkeit

1) Die alleinige Steuerungsvariable ist hier das Schadenverhütungsniveau s, so dass die Aufgabe der Maximierung des Erwartungsnutzens lautet:

$$\max_s E[u(X)] = \max_s \left[(1-p) \cdot u\left(\hat{X} - c(s)\right) + p \cdot u\left(\hat{X} - L(s) - c(s)\right) \right].$$

Die **Bedingung erster Ordnung** führt zu

$$\frac{d}{ds} E[u(X)] = (1-p) \cdot u'(X_3) \cdot (-1) \cdot c' + p \cdot u'(X_4) \cdot (-L' - c')$$

$$= 0$$

mit

$$X_3 := \hat{X} - c(s),$$

$$X_4 := \hat{X} - L(s) - c(s).$$

Die **Bedingung zweiter Ordnung** lautet:

$$\frac{d^2}{ds^2} E[u(X)] = \underbrace{-(1-p)}_{<0} \cdot \Big[\underbrace{-u''(X_3) \cdot (c')^2}_{>0} + \underbrace{u'(X_3) \cdot c''}_{>0} \Big]$$
$$\underbrace{+p}_{>0} \cdot \Big[\underbrace{u''(X_4) \cdot (-L'-c')^2}_{<0} + \underbrace{u'(X_4) \cdot (-L''-c'')}_{<0} \Big].$$

$$< 0.$$

Falls wie üblich **Risikoaversion**, d.h. u' > 0 und u'' < 0, vorausgesetzt wird, ist **diese Bedingung stets erfüllt**.

2) Aus der Bedingung erster Ordnung ergibt sich

$$c'(s) \cdot [-(1-p) \cdot u'(X_3) - p \cdot u'(X_4)] = p \cdot u'(X_4) \cdot L'(s),$$

also

$$c'(s) = -L'(s) \cdot \frac{p \cdot u'(X_4)}{(1-p) \cdot u'(X_3) + p \cdot u'(X_4)}.$$

c'(s) gibt die **Grenzkosten der Schadenverhütung** wieder und **L'(s)** die **marginale Schadenverringerung**. Im Optimum gilt also, dass die Grenzkosten der Schadenverhütung (c' > 0) gerade gleich der marginalen Schadenverringerung (L' < 0) sind gewichtet mit einem Faktor, der die Risikoeinstellung des Individuums wiedergibt und die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p berücksichtigt. Wegen u' > 0 ist dieser Faktor positiv und kleiner als 1. Die rechte Seite der obigen Gleichgewichtsbedingung kann man auch als Grenzertrag der Schadenverhütung interpretieren.

Die obige **Optimalitätsbedingung** lässt sich auch schreiben als

$$(*) \quad c'(s) = -p \cdot L'(s) \cdot \frac{u'(X_4)}{(1-p) \cdot u'(X_3) + p \cdot u'(X_4)}$$

$$= -p \cdot L'(s) \cdot \frac{1}{p + (1-p) \cdot \frac{u'(X_3)}{u'(X_4)}}.$$

Den Term **p · L'(s)** kann man jetzt interpretieren als **marginale Verringerung des erwarteten Schadens aufgrund einer marginalen Veränderung der Schadenverhütungsmassnahmen**; hierzu ist zu beachten, dass annahmegemäss p in diesem Fall nicht von dem Schadenverhütungsniveau s abhängt. Die Optimalitätsbedingung kann man nun dahingehend interpretieren, dass **die Grenzkosten der Schadenverhütung c'(s) gerade gleich dem Grenzertrag der Schadenverhütung** sein müssen, **ausgedrückt als marginale Verminderung des erwarteten Schadens multipliziert mit einem Faktor, der die Risikoeinstellung des Individuums wiedergibt und die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit berücksichtigt.** Im folgenden gehen wir stets von dieser Interpretation aus. (Vgl. Gewinnmaximierer als Mengenanpasser bei fixen Preisen)

3) Sei u die Nutzenfunktion eines Individuums A und v diejenige eines Individuums B, das durch eine höhere Risikoaversion geprägt ist.

Dann gilt

$$v = k(u)$$

für eine konkave Transformation k,

d.h. es gilt

$$v = k(u) \quad \text{mit} \quad k' > 0, \quad k'' < 0, \quad v' = k'(u) \cdot u'.$$

Für die **Bedingung erster Ordnung** für das risikoscheuere Individuum B folgt somit

$$c'(s_B) = -p \cdot L'(s_B) \cdot \frac{k'(u(X_4^B)) \cdot u'(X_4^B)}{(1-p) \cdot k'(u(X_3^B)) \cdot u'(X_3^B) + p \cdot k'(u(X_4^B)) \cdot u'(X_4^B)}$$

$$= -p \cdot L'(s_B) \frac{1}{p + (1-p) \cdot \frac{k'(u(X_3^B))}{k'(u(X_4^B))} \cdot \frac{u'(X_3^B)}{u'(X_4^B)}}.$$

Wegen $X_4 < X_3$ für alle s, u' > 0 und der Konkavität von $k\ (k' > 0, k'' < 0)$ folgt

$X_4 < X_3$, also $u(X_4) < u(X_3)$, also $k'(u(X_4)) > k'(u(X_3))$, also

$$0 < \frac{k'(u(X_3))}{k'(u(X_4))} < 1.$$

Für das Schadenverhütungsniveau s_A, das für das Individuum A optimal ist, gilt somit

$$c'(s_A) = GE_A(s_A) \quad \text{(Optimalitätsbedingung für A)}$$

$$< GE_B(s_A) \quad \left(\text{wegen} \quad 0 < \frac{k'(u(X_3))}{k'(u(X_4))} < 1 \text{ für B}\right)$$

falls wir mit GE die jeweils rechten Seiten der obigen Optimalitätsbedingungen bezeichnen. Für das risikoscheuere Individuum B sind an der Stelle s_A die Grenzkosten $[c'(s_A)]$ offensichtlich niedriger als der Grenzertrag $[GE_B(s_A)]$. Damit für B gilt $c' = GE_B$, muss ein s gewählt werden mit $s > s_A$.

Daraus folgt für das optimale Schadenverhütungsniveau s_B von Individuum B

$$s_B > s_A.$$

Hierzu ist zu beachten, dass c' > 0, c'' > 0 und für s_B

$$c'(s_B) = GE_B(s_B).$$

gilt. Dies bedeutet, dass für den Fall **ohne Versicherungsmöglichkeit das risikoscheuere Individuum B mehr Schadenverhütungsmassnahmen ergreift als das Individuum A**, was sehr plausibel ist.

4) Es lässt sich zeigen, dass im **Grenzfall unendlich hoher Risikoarversion** der Entscheidungsträger sein Vermögen für den schlechtest möglichen Fall maximiert. In diesem Kontext heisst das, er maximiert sein Vermögen im Schadenfall, also lautet die Maximierungsaufgabe nun

$$\max_s [\hat{X} - L(s) - c(s)].$$

Für die **Bedingung erster Ordnung** folgt

$$c'(s) = -L'(s).$$

Das optimale Niveau s* der Schadenverhütungsmassnahmen wird hier so bestimmt, dass die Grenzkosten der Schadenverhütung gerade gleich der marginalen Schadenverringerung sind. Die Schadenseintretenswahrscheinlichkeit p spielt hier keine Rolle mehr. Diese Bedingung erster Ordnung ergibt sich aus der allgemeinen Bedingung (*) unter 2) für p=1.

Die **Bedingung zweiter Ordnung**

$$-L''(s) - c''(s) < 0$$

ist wegen L" > 0 und c" > 0 **stets erfüllt**.

5) Bei **Risikoneutralität** gilt u' > 0 und u" = 0. Somit folgt $u'(X_3) = u'(X_4)$, was für die Optimalitätsbedingung impliziert

$$c'(s) = -p\,L'(s).$$

Hier wird das optimale Niveau s* der Schadenverhütungsmassnahmen so bestimmt, dass die **Grenzkosten c'(s) der Schadenverhütung gerade gleich dem Grenzertrag der Schadenverhütung** sind, ausgedrückt als marginale Verringerung des erwarteten Schadens $p \cdot L'(s)$. Hierzu ist wieder zu beachten, dass die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p als konstant angenommen wird.

6) In den beiden zuletzt betrachteten Extremfällen spielt die Risikoeinstellung des Individuums (ausgedrückt durch die Funkton u) bei der Bestimmung der optimalen Höhe der Schadenverhütungs-massnahmen keine Rolle.

2.3.2. Beeinflussbare Schadenhöhe und Versicherungsmöglichkeit

1) Neben Schadenverhütungsmassnahmen hat das Individuum jetzt auch die Möglichkeit, Versicherungen abzuschliessen. Das Maximierungsproblem lautet nun

$$\max_{s,\alpha} E[u(X)] = \max_{s,\alpha} \Big[(1-p)\cdot u\big(\hat{X} - \alpha\cdot q\cdot p\cdot L(s) - c(s)\big) + p\cdot u\big(\hat{X} - \alpha\cdot q\cdot p\cdot L(s) - (1-\alpha)\cdot L(s) - c(s)\big)\Big]$$

mit den Steuerungsvariablen

s Niveau der Schadenverhütungsmassnahmen und

α Deckungsgrad.

Die **Bedingungen erster Ordnung** lauten

(a) $$\frac{\partial}{\partial s} E[u(X)] = (1-p) \cdot u'(X_5) \cdot (-1) \cdot [\alpha \cdot q \cdot p \cdot L'(s) + c'(s)]$$

$$+ p \cdot u'(X_6) \cdot (-1) \cdot [\alpha \cdot q \cdot p \cdot L'(s)$$

$$+ (1-\alpha) \cdot L'(s) + c'(s)]$$

$$= 0,$$

(b) $$\frac{\partial}{\partial \alpha} E[u(X)] = \underbrace{(1-p) \cdot u'(X_5) \cdot (-1) \cdot q \cdot p \cdot L(s)}_{<0}$$

$$\underbrace{+ p \cdot u'(X_6) \cdot (-1)}_{<0} \cdot \underbrace{[q \cdot p \cdot L(s) - L(s)]}_{\text{Bedingung:} < 0}$$

$$= 0$$

mit

$$X_5 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L(s) - c(s),$$

$$X_6 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L(s) - (1-\alpha) \cdot L(s) - c(s).$$

Damit die zweite obige Bedingung (b) erfüllt ist, muss gelten

$$q \cdot p \cdot L(s) - L(s) < 0$$

d.h.

(c) $q \cdot p < 1$.

Dies besagt, dass die Versicherungsprämie nicht grösser sein darf als der Schaden bzw. die maximal mögliche Versicherungsleistung, was sehr plausibel erscheint.

2) Auflösen von (a) nach den Grenzkosten der Schadenverhütung liefert

$$c'(s) \cdot [(1-p) \cdot u'(X_5) + p \cdot u'(X_6)] =$$

$$= -(1-p) \cdot u'(X_5) \cdot \alpha \cdot q \cdot p \cdot L'(s)$$

$$- p \cdot u'(X_6) \cdot [\alpha \cdot q \cdot p \cdot L'(s) + (1-\alpha) \cdot L'(s)]$$

bzw.

(d) $c'(s) = -\alpha \cdot q \cdot p \cdot L'(s)$

$$-(1-\alpha) \cdot p \cdot L'(s) \frac{u'(X_6)}{(1-p) \cdot u'(X_5) + p \cdot u'(X_6)} .$$

3) Auflösen von (b) nach dem Zuschlagsfaktor q liefert

$$q \cdot [(1-p) \cdot u'(X_5) \cdot p \cdot L(s) + p \cdot u'(X_6) \cdot p \cdot L(s)]$$

$$= p \cdot u'(X_6) \cdot L(s)$$

bzw.

(e) $$q = \frac{u'(X_6)}{(1-p) \cdot u'(X_5) + p \cdot u'(X_6)} .$$

4) Mit dieser Relation (e) ergibt sich aus (d) für die Grenzkosten der Schadenverhütungsmassnahmen

$$c'(s) = -\alpha \cdot q \cdot p \cdot L'(s) - (1-\alpha) \cdot q \cdot p \cdot L'(s)$$

bzw.

(f) $c'(s) = -q \cdot p \cdot L'(s)$.

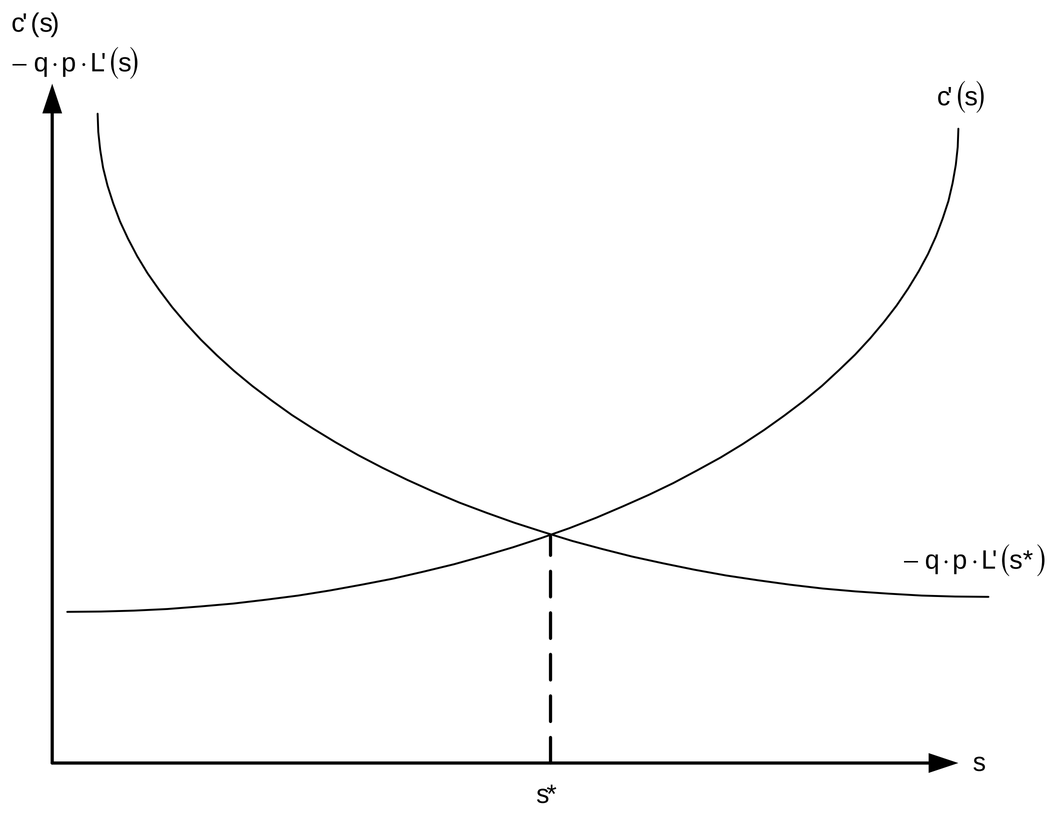
Dies besagt, dass **im Optimum die Grenzkosten c'(s) der Schadenverhütung gerade gleich dem Grenzertrag der Schadenverhütung sind, ausgedrückt als marginale Verringerung der Prämie pro "Einheit Deckungsgrad"**. Hierzu ist zu beachten, dass sich die Versicherungsprämie VP wir folgt darstellen lässt

$$VP(\alpha, s) = \alpha \cdot q \cdot p \cdot L(s).$$

Für die marginalen Veränderungen der Prämie pro "Einheit Deckungsgrad" aufgrund einer marginalen Veränderung des Niveaus s der Schadenverhütung ergibt sich

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial s} VP(\alpha, s) = q \cdot p \cdot L'(s)$$

Grafisch lässt sich die Gleichung (f) wie folgt darstellen:



Hierzu sei in Erinnerung gerufen, dass gilt

$c'(s) > 0$ und $c''(s) > 0$,

$L'(s) < 0$ und $L''(s) > 0$.

Er ergibt sich, dass das **optimale Schadenverhütungsniveau s* unabhängig von der Risikoeinstellung des Individuums (ausgedrückt durch die Funktion u) und unabhängig von dem Deckungsgrad α ist.**

Der optimale Deckungsgrad α^* ist noch zu bestimmen.

5) Wegen der Bedingung (c) gilt $q \cdot p < 1$, was impliziert, dass der Term $u'(X_6) \; / \; [(1-p) \cdot u'(X_5) + p \cdot u'(X_6)]$ eine mit wachsendem α fallende Funktion ist:

$$\frac{d}{d\alpha}\ \frac{u'\left(\hat{X}-\alpha\cdot q\cdot p\cdot L(s)-(1-\alpha)\cdot L(s)-c(s)\right)}{(1-p)\cdot u'\left(\hat{X}-\alpha\cdot q\cdot p\cdot L(s)-c(s)\right)+p\cdot u'\left(\hat{X}-\alpha\cdot q\cdot p\cdot L(s)-(1-\alpha)\cdot L(s)-c(s)\right)}$$

$$=\underbrace{\frac{1}{(\text{Nenner})^2}}_{>0}\Bigg[\underbrace{\left\{\underbrace{(1-p)\cdot u'(X_5)}_{>0}+\underbrace{p\cdot u'(X_6)}_{>0}\right\}\cdot\underbrace{u''(X_6)}_{<0}\cdot\underbrace{(1-q\cdot p)\cdot L(s)}_{>0}}_{=:A<0}$$

$$\underbrace{-u'(X_6)}_{<0}\cdot\left\{\underbrace{(1-p)\cdot u'(X_5)}_{<0}\cdot\underbrace{(-1)\cdot q\cdot p\cdot L(s)}_{<0}\right.$$

$$\left.+\underbrace{p\cdot u''(X_6)\cdot(1-q\cdot p)\cdot L(s)}_{=A/u'(X_6)<0}\right\}\Bigg]$$

$< 0.$

6) Wegen (e) betrachten wir nur solche Werte s und α, für die

$$q\ =\ \frac{u'(X_6(\alpha,s))}{(1-p)\cdot u'(X_5(\alpha,s))+p\cdot u'(X_6(\alpha,s))}=:f(\alpha,s)$$

gilt.

Da die rechte Seite der obigen Gleichung eine fallende Funktion in α ist, gilt für $\alpha < \alpha^*$ und $s = s^*$

$$q=f(\alpha^*,s^*)<\ f(\alpha,s^*)=\frac{u'(X_6(\alpha,s^*))}{(1-p)\cdot u'(X_5(\alpha,s^*))+p\cdot u'(X_6(\alpha,s^*))}\ .$$

Mit (d) folgt daraus für $\alpha < \alpha^*$ und $s = s^*$:

$$c'(s^*)=\underbrace{-\alpha\cdot q\cdot p\cdot L'(s^*)}_{>0}$$

$$\underbrace{-(1-\alpha)\cdot p\cdot L'(s^*)}_{>0}\cdot\underbrace{\frac{u'\big(X_6(\alpha,s^*)\big)}{(1-p)\cdot u'\big(X_5(\alpha,s^*)\big)+p\cdot u'\big(X_6(\alpha,s^*)\big)}}_{=f(\alpha,s^*)>f(\alpha^*,s^*)=q}$$

$$>-\alpha\cdot q\cdot p\cdot L'(s^*)-(1-\alpha)\cdot p\cdot L'(s^*)\cdot q$$

$$=-q\cdot p\cdot L'(s^*).$$

Dies besagt, dass für **$\alpha<\alpha^*$ beim optimalen Schadenverhütungsniveau s* die Grenzkosten der Schadenverhütung grösser sind als der Grenzertrag der Schadenverhütung pro Einheit Deckungsgrad.**

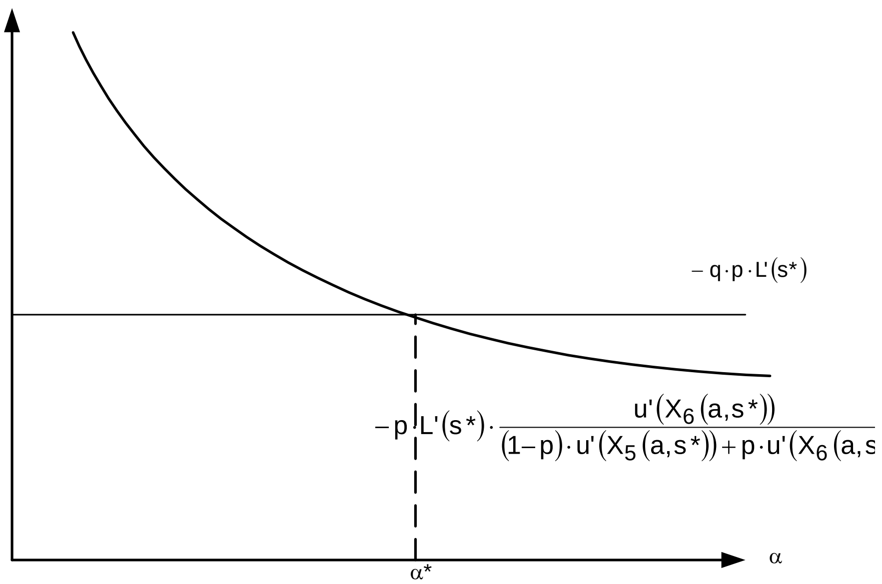
Das kann für das Individuum nicht optimal sein. **Um den Optimalitätspunkt zu erreichen, muss das Individuum den Deckungsgrad erhöhen** und folglich den Selbstbehalt senken, bis die Optimalitätsbedingung (e) aus 3) erfüllt ist.

7) Dies führt zur Gleichung

$$\text{(g)}\quad -q\cdot p\cdot L'(s^*)=-p\cdot L'(s^*)\cdot\frac{u'(X_6^*)}{(1-p)\cdot u'(X_5^*)+p\cdot u'(X_6^*)},$$

die besagt, dass **im Optimum der Grenzertrag der Schadenverhütung pro Einheit Deckungsgrad gerade gleich dem Grenzertrag der Schadenverhütung pro Einheit Selbstbehalt ist**. Diese Interpretation der rechten Seite der Gleichung (g) wird durch die Optimalitätsbedingung (d) gemäss eines Analogieschlusses nahegelegt.

Grafisch lässt sich die Gleichuung (g) wie folgt darstellen:



8) Offensichtlich liegt also eine **Separation bei der Optimierung** in folgendem Sinne vor. Im **ersten Schritt** bestimmt das Individuum die **optimale Höhe s* des Schadenverhütungsniveaus** gemäss Bedingung (f). Hierbei spielt die Nutzenfunktion u des Individuums und damit seine Risikoeinstellung keine Rolle.

Danach bestimmt es im **zweiten Schritt** den **optimalen Deckungsgrad α*** gemäss der formalen Bedingung (e) bzw. gemäss der ökonomisch besser interpretierbaren Bedingung (g). Die Bestimmung von α^* ist dagegen abhängig von der Risikoeinstellung des Individuums (ausgedrückt durch die Funktion u).

Diese Separationseigenschaft ist auf folgende Charakteristika des Modells zurückzuführen. Die hier betrachteten Handlungsmöglichkeiten **Durchführen von Schadenverhütungsmassnahmen bzw. Kaufen von Versicherungsschutz sind in ihrer Wirkungsweise Substitute.**

Die Schadenverhütungsmassnahmen werden mit steigendem Niveau teurer ($c'(s) > 0$, $c''(s) > 0$) und weniger effektiv ($L'(s) < 0$, $L''(s) > 0$).

Der Preis für Versicherungsschutz dagegen bleibt pro Einheit Deckungsgrad konstant.

Nell schreibt in der Fussnote 1) auf Seite 66 dazu, "Aus diesem Grund ist unabhängig von der Risikoeinstellung nur genau eine Kombination aus Schadenverhütung und Versicherungsschutz effizient, so dass unabhängig von der Risikoeinstellung eine Vorauswahl bezüglich der zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen getroffen werden kann".

Des weiteren verweist er in dieser Fussnote auf Parallelen zum Separationstheorem von Tobin in der Portfolio-Theorie. Ähnliches gilt auch im Rahmen des CAP-Modells für die optimale Auswahl eines Portfolios, das eine sichere Kapitalanlage und risikobehaftete Anlagen beinhaltet.

9) Seien wiederum A und B zwei Individuen mit den Nutzenfunktionen u bzw. v, und **B sei risikoscheuer als A**. Dann gilt mit einer konkaven Transformation k

$$v = k(u), \quad k' > 0, \quad k'' < 0, \quad v' = k'(u) \cdot u'.$$

Für die Bedingung erster Ordnung für das risikoscheuere Individuum B ergibt sich aufgrund von (e) und (f)

$$c'(s_B) = -p \cdot L'(s_B) \cdot \frac{k'\left(u(X_6^B)\right) \cdot u'(X_6^B)}{(1-p) \cdot k'(u(X_5^B)) \cdot u'(X_5^B) + p \cdot k'\left(u(X_6^B)\right) \cdot u'(X_6^B)}$$

Analog zu 3) aus 3.1. folgt

$$s_A < s_B,$$

d.h. dass **auch für den Fall mit Versicherungsmöglichkeit das risikoscheure Individuum B mehr Schadenverhütungsmassnahmen ergreift als Individuum A**.

Zusätzlich sollte auch die Relation

$$\alpha_A \gtrless \alpha_B$$

analysiert werden.

10) Für ein **risikoneutrales Individuum** (u' > 0, u" = 0) ergibt sich aus (e) und (f)

$$q = 1$$

und

$$c'(s) = -p \cdot L'(s).$$

Die Bedingung q = 1 besagt, dass ein risikoneutrales Individuum sich strikt an das Äquivalenzprinzip hält und Versicherungsschutz nur nachfragt, falls der Zuschlagsfaktor der Prämie gleich 1 ist. Man kann das so interpretieren, dass es nicht bereit ist, dafür zu zahlen, im "versicherungsmathematischen Modell leben zu können".

Die zweite Bedingung besagt, dass für das optimale Niveau der Schadenverhütung die Grenzkosten der Schadenverhütung gleich dem Grenzertrag der Schadenverhütung sind, ausgedrückt durch die marginale Veränderung des erwarteten Schadens. Es liegt das gleiche Ergebnis wie für den Fall ohne Versicherungsmöglichkeit vor.

11) Im folgenden wird noch analysiert, **wie sich das optimale Schadenverhütungsniveau verändert, wenn die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p bzw. der Zuschlagsfaktor q variiert werden**.

Das optimale Schadenverhütungsniveau wird durch die Gleichgewichtsbedingung

$$\text{(f)} \quad c'(s) = -q \cdot p \cdot L'(s) \quad = -\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial s}\alpha \cdot q \cdot p \cdot L(s)$$

aus 4) bestimmt.

Die linke Seite dieser Gleichung, d.h. die Grenzkosten der Schadenverhütung sind von den beiden Parametern q und p unabhängig.

Für die rechte Seite dieser Gleichung, d.h. für den Grenzertrag der Schadenverhütung "pro Einheit Deckungsgrad" gelten die nachstehenden Relationen

$$\frac{\partial}{\partial p}\left(-q \cdot p \cdot L'(s)\right) = -q \cdot L'(s) > 0 ,$$

$$\frac{\partial}{\partial q}\left(-q \cdot p \cdot L'(s)\right) = -p \cdot L'(s) > 0 .$$

Für die zugehörigen Elastizitäten $\varepsilon[\,]$ ergibt sich

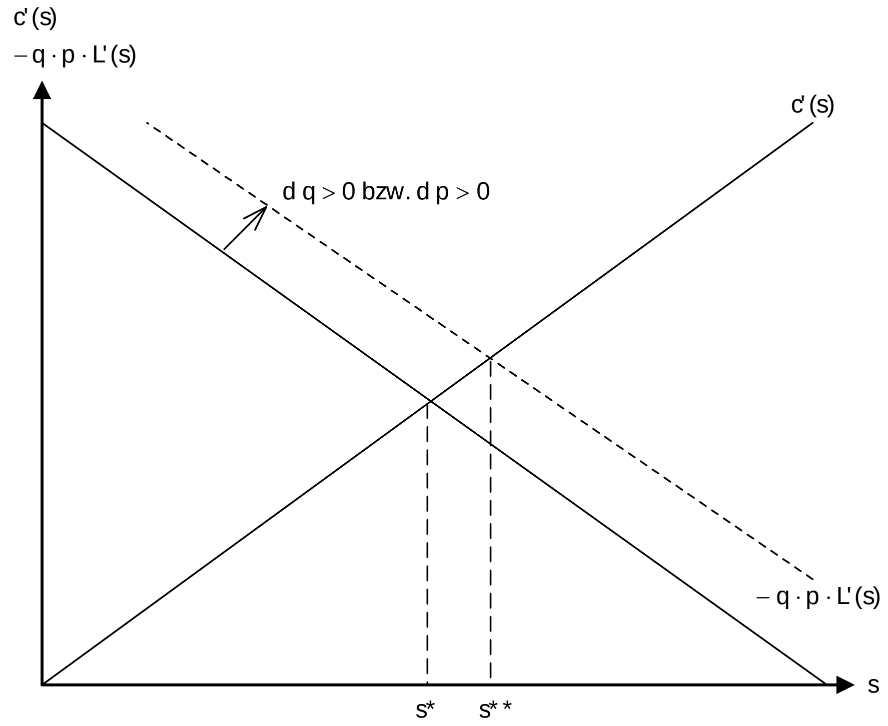
$$\begin{aligned}\varepsilon\left[-q \cdot p \cdot L'(s);p\right] &= \frac{\partial}{\partial p}\left(-q \cdot p \cdot L'(s)\right) \cdot \frac{p}{-q \cdot p \cdot L'(s)} \\ &= -q \cdot L'(s) \cdot \frac{p}{-q \cdot p \cdot L'(s)} \\ &= 1.\end{aligned}$$

Analog folgt

$$\varepsilon\left[-q \cdot p \cdot L'(s);q\right] = 1.$$

Eine Erhöhung der Schadeneintrittswahrscheinlichkeit wirkt also in gleicher Weise wie eine Erhöhung des Zuschlagsfaktors. Das ist ja trivial bei diesr Struktur.

12) Grafisch lässt sich das wie folgt darstellen.



Mit steigendem Grenzertrag der Schadenverhütung "pro Einheit Deckungsgrad" erhöht sich das Niveau der Schadenverhütung, um wieder Gleichheit mit den Grenzkosten der Schadenverhütung zu erreichen. Dies impliziert, **dass sowohl mit steigender Schadeneintrittswahrscheinlichkeit als auch mit einer Verteuerung des Versicherungsschutzes die Massnahmen zur Schadenverhütung erhöht werden; was sehr plausibel ist.**

13) Für die Veränderung des optimalen Deckungsgrades ist zusätzlich die Verschiebung der Kurve $-p \cdot L'(s^*) \cdot u'(X_6) / \; [(1-p) \cdot u'(X_5) + p \cdot u'(X_6)]$ relevant.

Wir beschränken unsere Analyse auf Variationen des Zuschlagsfaktors q.

Zunächst ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial q} - p \cdot L'(s^*) \cdot \frac{u'(X_6)}{(1-p) \cdot u'(X_5) + p \cdot u'(X_6)}$$

$$= - p \cdot L'(s^*) \cdot \frac{\partial}{\partial q} \frac{1}{p + \frac{(1-p) \cdot u'(X_5)}{p \cdot u'(X_6)}}$$

$$= \underbrace{-p \cdot L'(s^*)}_{>0} \cdot \underbrace{\frac{-1}{(\text{Nenner})^2}}_{<0} \cdot \underbrace{\frac{1-p}{p}}_{>0} \cdot \frac{\partial}{\partial q} \frac{u'(X_5)}{u'(X_6)}.$$

Für den letzten Faktor folgt weiter

$$\frac{\partial}{\partial q} \frac{u'(X_5)}{u'(X_6)} = \underbrace{\alpha \cdot p \cdot L(s^*)}_{>0} \cdot \underbrace{\frac{u'(X_5)}{u'(X_6)}}_{>0} \cdot \left[\frac{u''(X_6)}{u'(X_6)} - \frac{u''(X_5)}{u'(X_5)} \right].$$

Das Arrow-Pratt-Mass für die lokale, absolute Risikoarversion an der Stelle X wird wie folgt definiert

$$A(X) := -\frac{u''(X)}{u'(X)};$$

A(X) nimmt einen um so grösseren Wert an, je risikoscheuer ein Individuum ist. Für exponentielle Nutzenfunktionen des Types

$$u(X) = U_0 - \exp(-\beta \cdot X) \text{ mit } U_0 > 0 \text{ und } \beta > 0$$

folgt

$$A(X) = -\frac{-\beta^2 \cdot \exp(-\beta \cdot X)}{\beta \cdot \exp(-\beta \cdot X)} = \beta .$$

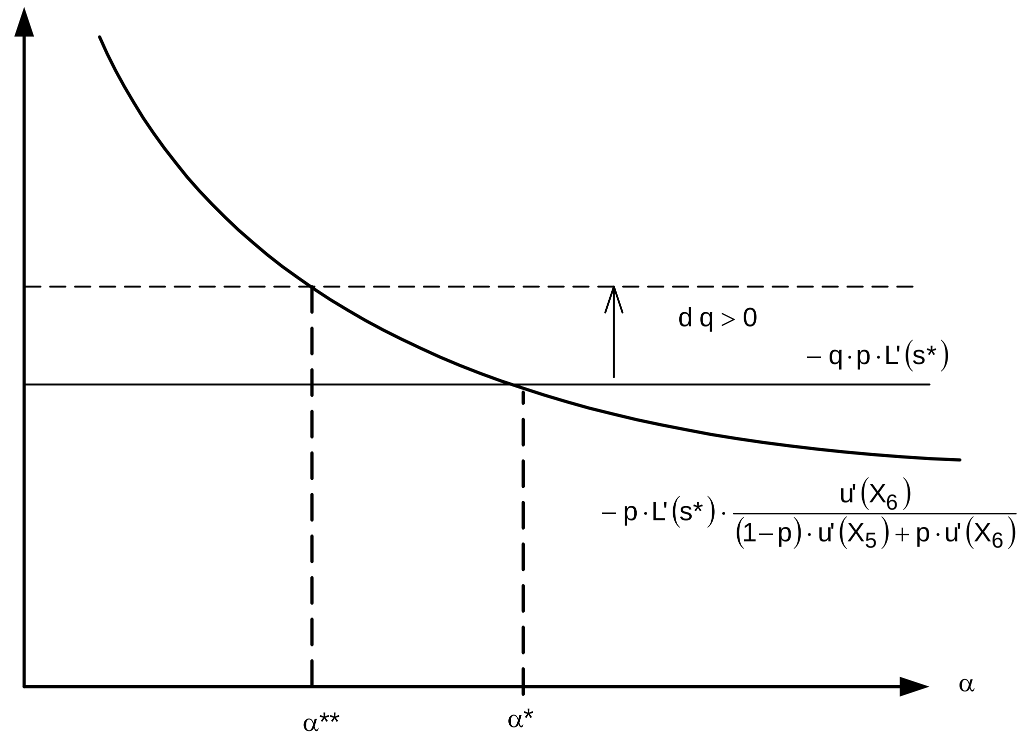
Für Nutzenfunktionen u mit konstantem Arrow-Pratt-Mass A(X), wie z.B. für exponientelle Funktionen des obigen Types, gilt also

$$\frac{\partial}{\partial q} \frac{u'(X_5)}{u'(X_6)} = 0 ,$$

was impliziert

$$\frac{\partial}{\partial q} - p \cdot L'(s^*) \cdot \frac{u'(X_6)}{(1-p) \cdot u'(X_5) + p \cdot u'(X_6)} = 0 .$$

Eine Erhöhung des Zuschlagsfaktors q führt hier zu keiner Verschiebung der Kurve für den Grenzertrag der Schadenverhütung pro Einheit Deckungsgrad. Der nachstehenden Grafik lässt sich entnehmen, dass unter diesen Annahmen eine Senkung des optimalen Deckungsgrades von α^* auf α^{**} erfolgt.



Für **Nutzenfunktionen mit konstantem Arrow-Pratt-Mass** ergibt sich also, dass eine **Erhöhung der Prämie für Versicherungsschutz aufgrund einer Erhöhung des Zuschlagsfaktors q gleichzeitig zu einer Erhöhung der Schadenverhütungsmassnahmen und einer Senkung des Deckungsgrades führt;** was ebenfalls sehr plausibel ist.

Falls das Arrow-Pratt-Mass eine fallende Funktion des Vermögens ist $\left(\frac{\partial}{\partial X} A(X) < 0\right)$, d.h. falls die Risikoaversion mit sinkendem Vermögen steigt, so folgt wegen $X_6 = X_5 - (1-\alpha) \cdot L(s) < X_5$

$$A(X_5) < A(X_6).$$

Dies führt zu

$$\frac{\partial}{\partial p} - p \cdot L(s^*) \cdot \frac{u'(X_6)}{(1-p) \cdot u'(X_5) + p \cdot u'(X_6)} > 0 .$$

Jetzt ergibt sich auch für die Kurve für den Grenzertrag der Schadenverhütung pro Einheit Deckungsgrad eine Verschiebung nach oben, so dass eine allgemeingültige Aussage über die Lage von α^{**} in Relation zu α^* nicht mehr möglich ist.

2.3.3. Vergleich beeinflussbare Schadenhöhe und beeinflussbare Schadeneintretenswahrscheinlichkeit

1) Im Anhang zu 2.3. und 2.4. zeigen wir in den Abschnitten 2.3.4. und 2.3.5. analoge Überlegungen für den Fall, dass durch Schadenverhütungsmassnahmen nur die Schadeneintretenswahrscheinlichkeit verändert werden kann. Es ergeben sich ähnliche Ergebnisse; allerdings gibt es auch charakteristische Unterschiede. Zusammenfassend kann man festhalten:

Es zeigt sich, dass die **Optimalitätsbedingungen geprägt sind von der Gleichheit der Grenzkosten der Schadenverhütung ($c'(s) > 0$) einerseits und der marginalen Verringerung des erwarteten Schadens** $\left(-p \cdot L'(s)\right)$ bzw. $(-p'(s) \cdot L)$ **andererseits** multipliziert mit einem Faktor, der die Risikoeinstellung des Individuums berücksichtigt (ausgedrückt durch die erste Ableitung der Nutzenfunktion an den jeweiligen Endvermögen) und durch die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p; falls die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit durch die Schadenverhütungsmassnahme beeinflusst wird und zusätzliche Versicherungsmöglichkeit gegeben ist, wird auch noch der Deckungsgrad α in diesem Faktor berücksichtigt und die Risikoneigung an einem Mittelwert des Endvermögens.

Die marginale Verringerung des erwarteten Schadens lässt sich hier interpretieren als der Grenzertrag der Schadenverhütungsmassnahmen.

2) Die **Optimalitätsbedingungen** haben somit **folgende Struktur**:

Grenzkosten der Schadenverhütungsmassnahmen
= Grenzertrag der Schadenverhütungsmassnahmen
· Faktor (Risikoneigung, Schadeneintrittswahrscheinlichkeit, Deckungsgrad)

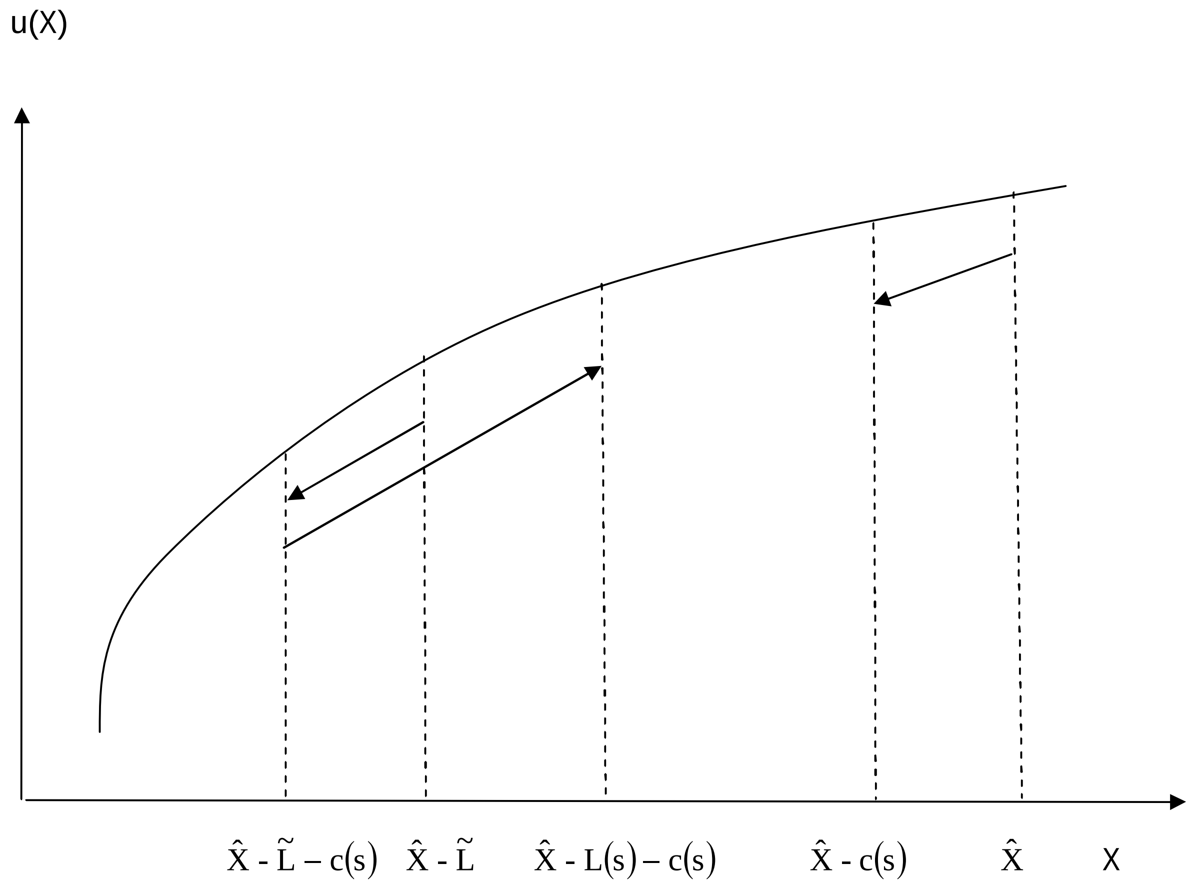
Bei Risikoneutralität gilt diese Gleichung stets mit dem Zusatz, dass dieser Faktor gleich 1 ist.

Falls allein die Schadenhöhe von den Schadenverhütungsmassnahmen beeinflusst wird, entfällt die Abhängigkeit des obigen Faktors vom Deckungsgrad der Versicherung.

3) Die unterschiedlichen Wirkungsweisen der Schadenverhütungsmassnahmen in Abhängigkeit davon, ob nur die Schadenhöhe oder nur die Schadeneintretenswahrscheinlichkeit beeinflusst wird, verdeutlicht Nell an den untenstehenden Grafiken; hierbei wird auf die Möglichkeit, eine Versicherung abzuschliessen verzichtet.

4) Bei **Schadenverhütungsmassnahmen**, die nur zu einer **Verringerung der Schadenhöhe** führen, sind folgende Phänomene zu beobachten. Die Kosten der Schadenverhütung führen in einem ersten Schritt zu einer Verringerung des Endvermögens und zwar unabhängig davon, ob ein Schaden eintritt oder nicht. Im Schadenfall kommt neben der Verringerung des Endvermögens durch den Schaden zusätzlich eine Erhöhung des Endvermögens durch die Verringerung der Schadenhöhe aufgrund der Schadenverhütungsmassnahmen hinzu. Das kann man als **Vermögenstransfer** zwischen den beiden Zuständen interpretieren. Das Individuum tauscht **"Verringerung des Endvermögens im schadenfreien Fall" gegen eine "Erhöhung (bzw. nicht so ausgeprägte Verringerung) des Endvermögens im Schadenfall".**

Grafisch lässt sich das wie folgt darstellen:



In der Grafik sei $\tilde{L}$ = const. die konstante, ursprüngliche Schadenhöhe und L(s) diejenige, die mit dem Schadenverhütungsniveau s abnimmt.

Durch die Schadenverhütungsmassnahmen wird die Differenz zwischen den Endvermögen in den beiden Zuständen verringert.

Ohne Schadenverhütung beträgt die Differenz der Endvermögen

$$\hat{X} - (\hat{X} - \tilde{L}) = \tilde{L}.$$

Mit Schadenverhütung gilt dagegen

$$\hat{X} - c(s) - \left(\hat{X} - c(s) - L(s)\right) = L(s).$$

Wegen L' < 0 folgt

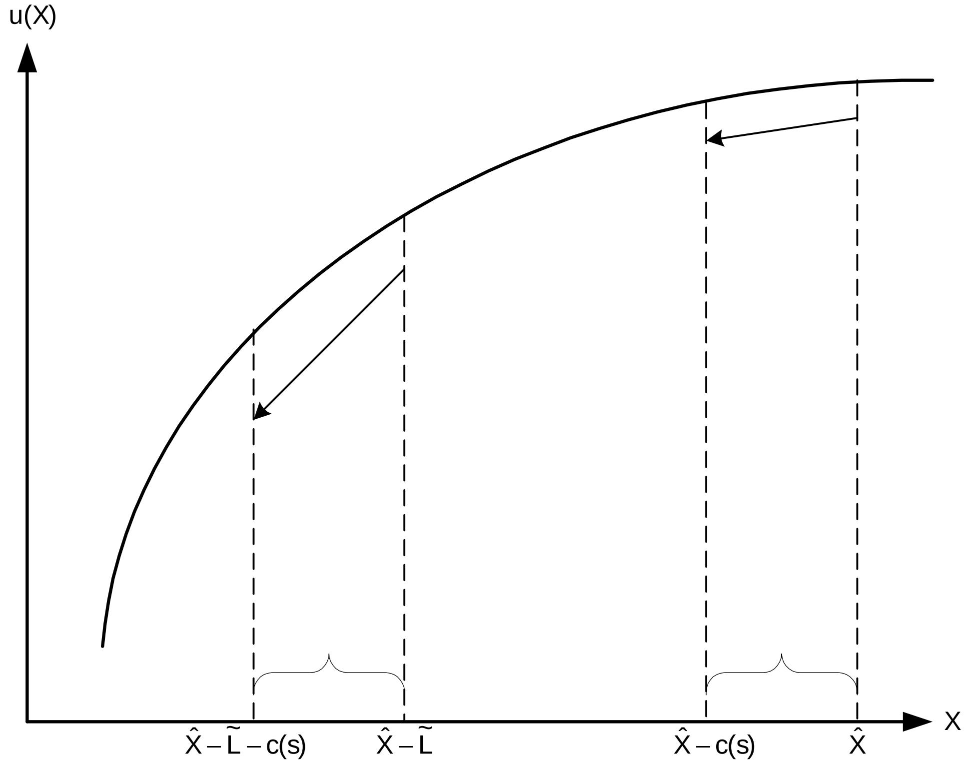
$$L(s) < \tilde{L}.$$

(Zu den Phänomenen der **"Angleichung" der Endvermögen** unabhängig davon, ob der Schaden eintritt oder nicht, vergleiche man das Theorem von Arrow zur idealen Versicherung.)

Nell schreibt dazu auf Seite 76: "Die Steigung der Risikonutzenfunktion nimmt bei einem risikoscheuen Individuum mit wachsendem Endvermögen ab. Daher ist der Nutzenverlust von w_1 [in obiger Grafik $\hat{X}$] um eine Vermögenseinheit niedriger als der Nutzenzuwachs durch Erhöhung von w_2 [in obiger Grafik $\hat{X} - \tilde{L}$] um diese Vermögenseinheit. Dies gilt in um so stärkerem Masse, je grösser der relative Unterschied der Grenznutzen von w_1 und w_2 ist, oder anders ausgedrückt, je risikoscheuer ein Individuum sich verhält. **Die Attraktivität von Massnahmen, die einen Vermögenstransfer bewirken, nimmt folglich mit steigender Risikoaversion zu".**

5) Bei **Schadenverhütungsmassnahmen**, die nur zu **einer Verringerung der Schadeneintrittswahrscheinlichkeit** führen, gilt dagegen folgendes. Die Schadenhöhe wird hier durch die Schadenverhütungsmassnahmen nicht beeinflusst. Die Differenz im Endvermögen beträgt also in beiden Fällen $\tilde{L}$. **Eine Angleichung der Endvermögen findet in diesem Fall also nicht statt.**

Die obige Grafik vereinfacht sich zu:



Durch die Schadenverhütungsmassnahmen vollzieht das Individuum jetzt einen **Wahrscheinlichkeitstransfer.** Die Wahrscheinlichkeit für den schadenfreien Fall wird erhöht und jene für den Schadenfall verringert. Die Kosten für diesen Transfer stellen die Kosten c(s) für die Schadenverhütungsmassnahmen dar.

6) Aus dem Unterschied dieser Wirkungsweisen der Schadenverhütungsmassnahmen ergibt sich z.B. folgendes:

- Falls die Schadenverhütungsmassnahmen nur die Schadenhöhe beeinflusst, ergreift ein risikoscheueres Individuum mehr Schadenverhütungsmassnahmen; dies gilt sowohl für den Fall, dass es sich versichert, als auch für den Fall, dass es sich nicht versichert.

- Falls die Schadenverhütungsmassnahmen nur die Schadeneintretenswahrscheinlichkeit beeinflusst, sind keine vergleichbaren allgemeingültigen Aussagen möglich; dies gilt wiederum sowohl für den Fall, dass es sich versichert, als auch für den Fall, dass es sich nicht versichert.

2.4. Moral Hazard

2.4.1. Einleitung

1) Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wenden wir uns der **Moral-Hazard-Problematik** zu. Im Gegensatz zur Analyse in Abschnitt 2.2.3. gehen wir jetzt von **asymmetrischer Information** aus.

Für den **Versicherungsnehmer** sind seine **Schadenverhütungsmassnahmen Steuerungsvariable** in seinem Nutzenkalkül; er hat somit selbstverständlich vollständige Information bezüglich seiner Schadenverhütungsmassnahmen. **Die Versicherungsunternehmung** dagegen kennt annahmegemäss lediglich **den Durchschnittswert der Schadenverhütungsmassnahmen** aller Individuen. Spezifische Informationen über die individuellen Schadenverhütungsmassnahmen fehlen ihr jedoch. Das führt dazu, dass in diesem Kontext lediglich **verhaltensunabhängige Tarifierung** möglich ist, während die Analyse im vorangegangenen Abschnitt 2.2.3. durch verhaltensabhängige Tarifierung charakterisiert wird.

2) Im folgenden Abschnitt 2.4.2. legen wir zunächst die Grundlagen für unsere Analyse, indem wir zum einen eine **Einbettung in die Prinzipal-Agent-Problematik** vornehmen und indem wir zum anderen eine **Strukturierung der Moral-Hazard-Problematik** angeben.

Die anschliessende **formale Analyse** in Abschnitt 2.4.3. knüpft an die Analyse von Abschnitt 2.2.3. an. Wir beschränken uns dabei auf **eine Analyse des ex ante internen Moral Hazard.** Im wesentlichen geht es darum, die Unterschiede im Verhalten des Versicherungsnehmers zu den entsprechenden Betrachtungen in Abschnitt 2.2.3. aufzuzeigen, die sich durch die Annahme der asymmetrischen Information ergeben.

2.4.2. Grundlagen

1) Im Zusammenhang mit Versicherungen versteht man unter dem Begriff **"Moral Hazard"** im allgemeinen das Risiko, dass versicherte Personen wegen des Versicherungsschutzes ihr Verhalten ändern. Dies bedeutet, dass die gleiche Person sich unterschiedlich verhält je nachdem, ob sie versichert ist oder nicht. Für eine genauere Analyse dieses Phänomens ist es von Vorteil, diese Überlegungen **in die "Prinzipal-Agent-Problematik" einzubetten**. Es zeigt sich dann, dass das allgemein verstandene Problem des Moral Hazard in vielen ökonomischen Bereichen auftritt und nicht auf den Versicherungssektor beschränkt ist. Die eigentliche Ursache für das Auftreten dieses Problems besteht in **asymmetrischer Information.**

2) Bei der **Prinzipal-Agent-Problematik** geht man davon aus, dass zwischen dem Prinzipal und dem Agenten eine Vertragsbeziehung besteht, die den Austausch **von Leistungen, die der Prinzipal erbringt**, und von **Gegenleistungen, die der Agent bringt**, regelt.

Als Beispiele lassen sich aufführen:

Prinzipal	Leistung	Agent	Gegenleistung
Versicherungs-unternehmung	Versicherungs schutz inkl. Versi-cherungsleistungen	Versicherungs-nehmer	Prämienzahlung und Inanspruch-nahme des Versi-cherungsschutzes
Arbeitgeber	Entlöhnungssystem	Arbeitnehmer	Ergebnis des Arbeitseinsatzes
Aktionär	Zur Verfügungstellen von Kapital	Management	Ergebnis der Unternehmung
Weinbergbesitzer	Entlöhnung	Weinbauer	Wein

3) Die **Gegenleistung des Agenten** hängt im **wesentlichen von zwei Einflussgrössen ab**.

Zum einen vom **Verhalten des Agenten**, das dieser unter Berücksichtigung seiner Nutzenfunktion steuern kann. Beim Versicherungsnehmer kann man hierunter sein Verhalten den versicherten Risiken gegenüber verstehen – z.B. das Ergreifen von Schadenverhütungsmassnahmen, die die Höhe bzw. die Eintrittswahrscheinlichkeit des Schadens beeinflussen. Beim Arbeitnehmer, Weinbauer oder Manager kann man den jeweiligen Arbeitseinsatz darunter verstehen.

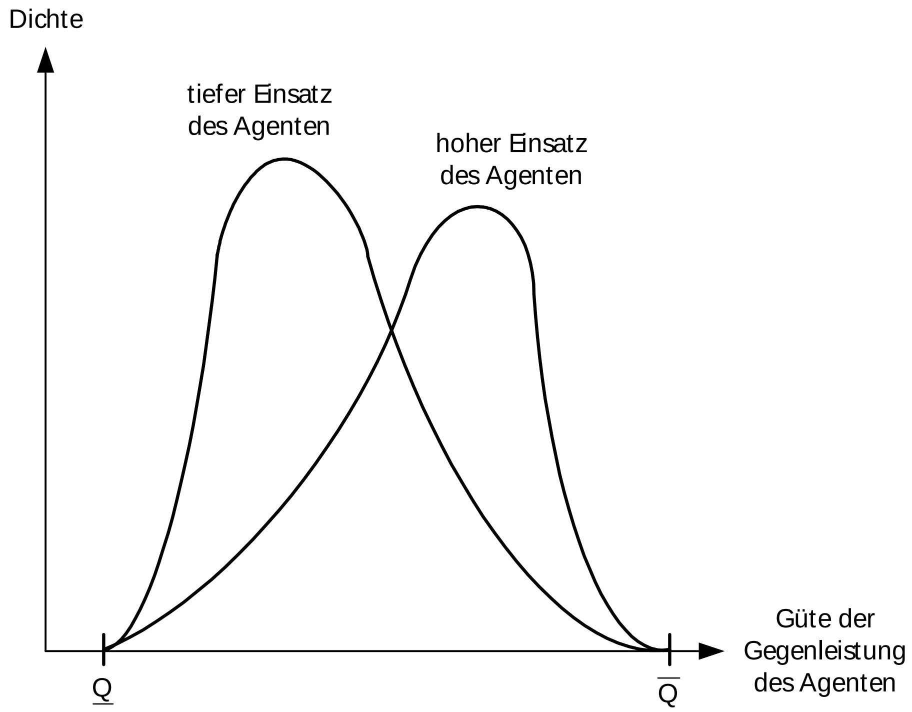
Die zweite relevante Einflussgrösse stellt die **Umweltsituation** dar, die sich dem Einfluss sowohl des Agenten als auch des Prinzipals entzieht. Es handelt sich somit um **eine zufallsabhängige exogene Einflussgrösse.** Z.B. bei einer Auto-Haftpflichtversicherung oder beim Weinbauer kann man hierunter das Wetter verstehen und beim Manager die allgemeine Wirtschaftslage.

4) Durch die Vertragsbeziehung wird **eine Austauschrelation von Leistung und Gegenleistung** beschrieben. Typischerweise wird dabei unterstellt, dass der **Prinzipal lediglich die Gegenleistung des Agenten beobachten kann. Eine separate Beobachtung des Verhaltens des Agenten bzw. der Umweltzustände durch den Prinzipal ist ausgeschlossen**. Somit ist eine Zurechnung von Anteilen der Gegenleistung auf die beiden Einflussgrössen Verhalten des Agenten sowie Umweltsituation durch den Prinzipal nicht möglich. Gemäss einer Fussnote von Nell auf Seite 103 hat Spremann dies für Arbeitsverträge (oder auch Prüfungen) sehr anschaulich wie folgt beschrieben:

"Durch Glück und Faulheit kann aber dieselbe Gegenleistung zustande kommen wie durch Pech und Fleiss."

Diese simultane Abhängigkeit der Gegenleistung des Agenten von dessen Verhalten und dem Zufall kann man dadurch formalisieren, dass man von einer Schar parametrisierter Verteilungsfunktionen für die Gegenleistung des Agenten ausgeht. Dabei wird durch den Parameter das Verhalten des Agenten derart beschrieben, dass vermehrter **Einsatz des Agenten zu einer Erhöhung der Wahrscheinlichkeit für gute Ergebnisse führt**.

Grafisch lässt sich das wie folgt darstellen:



$\underline{Q}$: minimale Qualität

$\overline{Q}$: maximale Qualität

Wie der Grafik zu entnehmen ist, kann sogar durch Glück und Faulheit eine bessere Gegenleistung zustande kommen (z.B. eine Prüfung zu bestehen), als durch Pech und Fleiss (z.B. durch eine Prüfung zu fallen).

Die Asymmetrie bzgl. der Information äussert sich darin, dass der Prinzipal lediglich die realisierte Gegenleistung des Agenten beobachten kann, während der Agent natürlich sein Verhalten kennt, da es ja Steuerungsvariable in seinem Nutzenkalkül ist.

5) Falls die **Leistung des Prinzipals** an den **Agenten stark vom Ergebnis abhängt**, ist das ein Anreiz für den Agenten, sein Verhalten so auszurichten, dass das Ergebnis dadurch positiv beeinflusst wird. Es wird eine **Interessengleichheit** zwischen Prinzipal und Agent hergestellt. Allerdings sind **beide dem exogenen Zufallsmechanismus ausgesetzt**.

6) Ist dagegen die **Leistung des Prinzipals aus Sicht des Agenten unabhängig vom Ergebnis**, so hat der Agent keinerlei Veranlassung, durch sein Verhalten das Ergebnis positiv zu beeinflussen. Es liegt **keine Harmonisierung der Interessen** zwischen Prinzipal und Agent vor. Hier ist allein der Prinzipal dem exogenen Zufallsmechanismus ausgesetzt. **Der Prinzipal übernimmt in diesem Falle das volle Risiko von Misserfolgen**.

Hierdurch entsteht **eine Verzerrung der Anreize für den Agenten**, die in der ökonomischen Literatur als **Moral Hazard** bezeichnet wird.

7) Als ein extremes Beispiel solcher Anreizverzerrungen lassen sich gewisse **Entlöhnungssysteme mit variablen Anteilen aus der Investmentbankenbranche** aufführen.

Die Leistung des Prinzipals (der Bank) besteht aus einer Entlöhnung, die sich aus einem fixen, also leistungsunabhängigen, Teil und einem leistungsabhängigen, also variablen, Teil zusammensetzt. Falls der variable Teil durch Null nach unten beschränkt ist – was wohl in den meisten Fällen bis zur Finanzkrise 2008 der Fall war – entsteht folgendes Anreizproblem.

Falls das **Ergebnis der Gegenleistung** durch den Agenten **gut** ist, hat der Prinzipal einen hohen Gewinn und der Agent partizipiert daran.

Falls das **Ergebnis der Gegenleistung** durch den Agenten **negativ** ist, trägt der Prinzipal den Verlust allein und der Agent erhält lediglich den fixen Anteil seiner Entlöhnung.

Es entsteht folgende asymmetrische Entlöhnungssituation: Die **Chancen, positive Ergebnisse zu erzielen, werden zwischen Prinzipal und Agent aufgeteilt. Die Risiken der schlechten Ergebnisse (Verluste) trägt der Prinzipal allein**.

Diese **Asymmetrie fördert** selbstverständlich **risikofreudiges Verhalten der Agenten**. Diese Mängel der Entlöhnungssysteme der Investmentbanker ist für viele Beobachter mit ein Hauptgrund für die Finanzkrise aus dem Jahr 2008, die zu einer Krise der Weltwirtschaft führte.

Diese Problematik liesse sich dadurch abschwächen, dass z.B. für die leistungsabhängigen Lohnbstadteile eine 3- oder 5-jähriger Gewinn-/Verlustvortrag eingeführt würde. Einige Banken führen ab 2008/2009 solche mehrjährigen Abrechnungsperioden ein.

8) Ein **weiteres Problem** entsteht bei solchen Entlöhnungssystemen durch das Problematik der **Zurechenbarkeit der Ergebnisse**. Man vergleiche hierzu einen Topmanager einer Grossbank (wie z.B. Marcel Ospel in seinen „guten“ Jahren) und einen Topeinzelsportler (wie z.B. Roger Federer). Ein sehr gutes Eregebnis einer Grossbank ist wohl in den seltesten Fällen im Wesentlichen auf die Leistung eines Topmanagers zurückzuführen, so dass sich eine extrem hohe Entlöhnung gerechtfertigen liesse; ohne den ganzen Apparat wäre das Ergebnis nicht möglich. Anders verhält es sich mit dem Topeinzelsportler; wenn der nicht erfolgreich ist, wird die „zugehörige Firma“ keine aussergewöhnlichen Ergebnmisse erzielen.

9) Auf **Versicherungsverhältnisse** bezogen ergibt sich nun für die Problematik des Moral Hazard folgendes. Zunächst kann man nach Mahr (vgl. Nell, Seite 144) zwischen internen und externen Moral Hazard unterscheiden.

Beim **internen Moral Hazard** sind im wesentlichen die beiden Vertragspartner, d.h. die Versicherungsunternehmung und der Versicherungsnehmer, involviert.

Dagegen spielen beim **externen Moral Hazard** nur am Versicherungsverhältnis mittelbar Beteiligte eine massgebliche Rolle. Als **Beispiel** hierfür lässt sich im Rahmen der **Krankenversicherung** auf **niedergelassene Ärzte und Hersteller von medizinischen Geräten** verweisen. Ein Gerätehersteller bringe beispielsweise einen niedergelassenen Arzt dazu, ein kostspieliges Untersuchungsgerät anzuschaffen. Um dies zu amortisieren, ist eine bestimmt Anzahl von Untersuchungen mit diesem Gerät pro Woche erforderlich. Der Arzt wird versuchen, diese Mindestanzahl von Untersuchungen zu übertreffen. Dies kann dazu führen, dass der Gerätehersteller und der Arzt, obwohl beide nicht direkt am Versicherungsvertrag beteiligt sind, eine **Ausweitung der Nachfrage nach medizinischen Leistungen** veranlassen und damit Einfluss auf die Höhe der Versicherungsleistung ausüben. (Anderes Beispiel: Anwendungsbeobachtungen)

Die Problematik des externen Moral Hazard wird hier nicht weiter verfolgt.

Beim **internen Moral Hazard**, das im wesentlichen zwischen Versicherungsunternehmung und Versicherungsnehmer besteht, lässt sich eine Unterscheidung zwischen dem **ex ante** und **ex post internen Moral Hazard** vornehmen.

Durch den Begriff **ex post** soll angezeigt werden, dass es sich hierbei um Probleme handelt, die nach Eintritt der Versicherungsfalls auftreten. Im Rahmen der Krankenversicherung lässt sich als Beispiel anfügen, dass nach Eintritt der Krankheit und Aufsuchen eines Arztes die Behandlungskosten durch den den behandelnden Arzt allein oder durch ihn und den versicherten Patienten zusammen beeinflusst werden. Auch diese Problematik soll hier nicht weiter vertieft werden. (Hinweis auf den Unterschied eines Besuches beim Arzt bzw. in einem Restaurant)

10) Wir wenden uns also nun dem **ex ante internen Horal-Hazard-Problem** zu.

Der Versicherungsvertrag begründet ein Vertragsverhältnis zwischen einer Versicherungsunternehmung als Prinzipal und einem Versicherungsnehmer als Agenten. Die Leistung des Prinzipals besteht im abgegebenen Versicherungsschutz inklusive allfälliger Versicherungsleistungen. Die Gegenleistung des Agenten besteht zum einen in der Prämienzahlung und einer allfälligen Inanspruchnahme des Versicherungsschutzes. Beides ist selbstverständlich durch den Prinzipal eindeutig beobachtbar. Allerdings ist bei der Inanspruchnahme des Versicherungsschutzes durch den Agenten die **anteilige Zuordnung der Schadenhöhe** sowie der Tatsache, dass der Schaden überhaupt eingetreten ist, auf **zufallsbedingte Umweltzustände** einerseits bzw. das **Verhalten des Agenten** (Versicherungsnehmers) andererseits **durch den Prinzipal im allgemeinen nicht möglich**.

Hierdurch ergibt sich für den Agenten eine Verzerrung der Anreize für sein Verhalten den versicherten Risiken gegenüber.

11) Nell definiert allgemein das interne Moral-Hazard-Problem auf Seite 105 wie folgt; "Das **interne moralische Risiko bezeichnet versicherungsinduzierte Verhaltensänderungen** von Versicherungsnehmern, die dann und nur dann auftreten, **wenn der Versicherer das Verhalten des Versicherungsnehmers und das exogene Risiko nicht getrennt beobachten kann"**.

Im folgenden beschränken wir unsere Analyse auf das Verhalten des Agenten vor Eintritt des Schadens. Diese Konstellation wird als ex ante internes Moral-Hazard-Problem bezeichnet.

2.4.3. Ex ante internes Moral Hazard

2.4.3.1. Der Modellrahmen

1) Die formale Analyse wird in Anlehnung an die Analyse der Schadenverhütungsmassnahmen in Kapitel 2.2.3. vorgenommen. Dies bedeutet insbesondere, dass der Versicherungsnehmer Schadenverhütungsmassnahmen ergreifen kann, die entweder nur die Schadenhöhe oder nur die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit beeinflussen.

2) Der wesentliche Unterschied zu Kapitel 2.2.3. besteht in der Annahme, dass die **Versicherungsunternehmung lediglich die Schäden beobachten** kann, **nicht jedoch die Schadenverhütungsmassnahmen des Versicherungsnehmers**. Es liegt also eine **Situation asymmetrischer Information** vor. Als Konsequenz dieses Informationsdefizits der Versicherungsunternehmung ergibt sich, dass letztere die getroffenen Schadenverhütungsmassnahmen bei der Bestimmung der Prämien nicht berücksichtigen kann. Nell spricht in diesem Zusammenhang von **"verhaltensunabhängiger Tarifierung"** (Seite 109).

3) Für die Versicherungsprämie VP gilt nun

$$VP = \alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L}$$

mit $\overline{p}$ = const. und $\overline{L}$ = const.

Bei den konstanten Werten $\overline{p}$ und $\overline{L}$ handelt es sich um konstante Werte, die von **Durchschnittsgrössen der Schadenverhütung vom gesamten Versichertenbestand** abhängt. Im Gegensatz dazu werden in diesem Kapital – wie im vorigen – die von den individuellen Schadenverhütungsmassnahmen abhängigen Schadenhöhen mit L(s) und Schadeneintrittswahrscheinlichkeiten mit p(s) bezeichnet. **Falls**

die individuellen Schadenverhütungsmassnahmen grösser sind als die durchschnittlichen des Gesamtbestandes gilt

$$L(s) < \bar{L} \text{ bzw. } p(s) < \bar{p}\,.$$

Die Schadenverhütungsmassnahmen des einzelnen Versicherungsnachfragers werden bei der Prämienbestimmung nicht berücksichtigt, genauer können wegen des Informationsdefizits der Versicherungsunternehmung von ihr nicht berücksichtigt werden. Die Gesamtheit aller Schadenverhütungsmassnahmen aller Versicherten wird dagegen bei der Tarifierung berücksichtigt. Annahmegemäss ist jedoch der Einfluss des einzelnen Versicherungsnehmers hierauf vernachlässigbar klein.

Dies führt dazu, dass der Versicherungsnehmer nun – im Gegensatz zur Analyse in Kapitel 2.2.3. – vor einem **Entscheidungsproblem mit verhaltensunabhängiger Tarifierung** steht.

2.4.3.2. Beeinflussbare Schadenhöhe und Versicherungsmöglichkeit

1) Das Maximierungsproblem lautet nun

$$\max_{s,\alpha} E[u(X)] = \max_{s,\alpha}[(1-\bar{p})\cdot u\left(\hat{X}-\alpha\cdot q\cdot\bar{p}\cdot\bar{L}-c(s)\right)$$
$$+\bar{p}\cdot u\left(\hat{X}-\alpha\cdot q\cdot\bar{p}\cdot\bar{L}-(1-\alpha)\cdot L(s)-c(s)\right)]\,.$$

Für die **Bedingungen erster Ordnung** ergibt sich

(a) $$\frac{\partial}{\partial s}E[u(X)] = (1-\bar{p})\cdot u'(X_9)\cdot(-1)\cdot c'(s)$$
$$+\bar{p}\cdot u'(X_{10})\cdot(-1)\cdot[(1-\alpha)\cdot L'(s)+c'(s)]$$
$$= 0.$$

(b) $$\frac{\partial}{\partial\alpha}E[u(X)] = \underbrace{(1-\bar{p})\cdot u'(X_9)\cdot(-1)\cdot q\cdot\bar{p}\cdot\bar{L}}_{<0}$$
$$+\underbrace{\bar{p}\cdot u'(X_{10})\cdot(-1)}_{<0}\cdot[q\cdot\bar{p}\cdot\bar{L}-L(s)]$$

$$= \quad 0,$$

mit

$$X_9 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L} - c(s),$$

$$X_{10} := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L} - (1-\alpha) \cdot L(s) - c(s).$$

Damit die zweite obigen Bedingung (b) erfüllt ist, muss gelten

$$q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L} - L(s) < 0 .$$

Dies besagt wiederum, dass die Versicherungsprämie nicht grösser sein darf als der Schaden bzw. die maximal mögliche Versicherungsleistung, was sehr plausibel ist (vgl. 1) von 2.3.2. weiter oben).

2) Auflösen von (a) nach den **Grenzkosten der Schadenverhütung** führt zu

$$\text{(c)} \quad c'(s) = -(1-\alpha) \cdot \overline{p} \cdot L'(s) \cdot \frac{u'(X_{10})}{(1-\overline{p}) \cdot u'(X_9) + \overline{p} \cdot u'(X_{10})} .$$

Die analoge Beziehung für verhaltensabhängige Tarifierung aus 2) von 2.3.2. lautet (vgl. (d) von Seite 162; dort ist die Prämie von s abhängig: $\alpha \cdot q \cdot p \cdot L(s)$):

$$\text{(d)} \quad c'(s) = -\alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot L'(s)$$

$$- (1-\alpha) \cdot \overline{p} \cdot L'(s) \cdot \frac{u'(X_6)}{(1-\overline{p}) \cdot u'(X_5) + \overline{p} \cdot u'(X_6)} .$$

3) Der **wesentliche Unterschied** wird durch den Term $-\alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot L'(s)$ in (d) beschrieben. Da dieser Term positiv ist, folgt zunächst, dass **im Optimum die Grenzkosten der Schadenverhütung (c'(s)) bei verhaltensabhängiger Tarifierung grösser sind als bei verhaltensunabhängiger**. Wegen der Annahme $c''(s) > 0$ ergibt sich weiter, dass das **optimale Niveau der Schadenverhütungsmassnahmen bei verhaltensabhängiger Tarifierung grösser ist als bei verhaltensunabhängiger. Dies ist auch zu erwarten**.

4) Bei **verhaltensabhängiger Tarifierung** führt eine marginale Erhöhung der Schadenverhütung sowohl zu einer marginalen Verringerung der erwarteten Selbstbeteiligung (Term in (d) mit dem

Faktor $(1-\alpha)$) als auch zu einer Verringerung der Prämie (Term in (d) mit dem Faktor α).

Bei **verhaltensunabhängiger Tarifierung** besteht der Effekt einer marginalen Erhöhung des Schadenverhütungsniveaus allein aus einer marginalen Reduktion der erwarteten Selbstbeteiligung (rechte Seite in (c) mit dem Faktor $(1-\alpha)$). Hier hat s keine Wirkung auf die Prämie $\alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L}$.

Zur Vereinfachung der Darstellung sind die Unterschiede, die sich in dem Faktor $u' / \left[(1-\overline{p}) \cdot u' + \overline{p} \cdot u'\right]$ durch die unterschiedlichen Argumente in den Gleichungen (c) und (d) ergeben, vernachlässigt worden.

5) Ein Mass für die Stärke des Moral-Hazard-Problems ist die Differenz in dem Niveau der Schadenverhütungsmassnahmen, die durch die Optimalitätsbedingungen bestimmt werden.

Es zeigt sich, dass diese Differenz vom Deckungsgrad α abhängig ist.

6) Für den **Deckungsgrad α gleich Null**, d.h. für den Fall, dass kein Versicherungsschutz gekauft wird, fallen die beiden Bedingungen zusammen und lauten

$$\text{(e)} \quad c'(s) = -\,\overline{p} \cdot L'(s) \cdot \frac{u'(\tilde{X}_6)}{(1-\overline{p}) \cdot u'(\tilde{X}_5) + \overline{p} \cdot u'(\tilde{X}_6)}$$

mit

$$\tilde{X}_5 := \hat{X} - c(s) = \tilde{X}_9 \,,$$

$$\tilde{X}_6 := \hat{X} - L(s) - c(s) = \tilde{X}_{10} \,.$$

für diesen Spezialfall.

Dies impliziert, dass **ohne Versicherungsschutz ein Moral-Hazard-Problem selbstverständlich nicht besteht.**

7) Für eine **Vollversicherung mit α = 1** ergibt sich dagegen für die jeweiligen Optimalitätsbedingungen:

(c*) $c'(s) = 0$ (verhaltensunabhängig)

und

(d*) $c'(s) = -q \cdot \overline{p} \cdot L'(s)$ (verhaltensabhängig).

Aus der **Bedingung (c*) für verhaltensunabhänigige Tarifierung** folgt, dass keine innere Lösung existiert, da c'(s) > 0. Das impliziert, **dass bei einer Vollversicherung mit verhaltensunabhängiger Tarifierung das Individuum überhaupt keine Schadenverhütungsmassnahme** ergreift. Individuelle Schadenverhütungsmassnahmen verursachen hier einerseits Kosten und erbringen jedoch in diesem Fall für das Individuum keinen Ertrag:

Wegen der Vollversicherung trägt es keinen Selbstbehalt,

Auf die Höhe der Durchschnittsprämie hat das Individuum annahmegemäss keinen Einfluss.

Bei dieser Konstellation verhält sich der Versicherungsnachfrager rational, wenn er keine Schadenverhütungsmassnahmen ergreift. **Das Moral-Hazard-Problem ist also bei einer Vollversicherung mit verhaltensunabhängiger Tarifierung am grössten.**

Einfluss auf die Durchschnittsprämie hat ein solches Verhalten erst, wenn sich alle oder zumindest hinreichend viele so verhalten; dann steigt natürlich die Prämie und die Situation hat sich für alle verschlechtert. (Hinweis auf Sitzen bzw. Stehen im Kino)

Aus der Bedingung (d*) ergibt sich für **verhaltensabhängige Tarifierung**, dass für eine Vollversicherung beim **optimalen Schadenverhütungsniveau die Grenzkosten der Schadenverhütung gerade gleich dem Grenzertrag der Prämienreduktion sind.**

8) Als Fazit lässt sich festhalten, dass **verhaltensabhängige Tarifierung unabhängig vom Deckungsgrad zu einer Harmonisierung der Interessen von Versicherungsunternehmung und Versicherungsnehmer führt.**

Falls wegen des Vorliegens asymmetrischer Information (oder anderer Gründe wie z.B. Kosten) **verhaltensunabhängige Tarifierung unvermeidbar ist**, **so entsteht unweigerlich ein Moral-Hazard-Problem, das mit zunehmendem Deckungsgrad ansteigt** und sogar bei einer Vollversicherung dazu führt, dass überhaupt keine Schadenverhütungsmassnahmen ergriffen werden. Als Schutz gegen das Moral-Hazard-Problem verbleibt für die Versicherungsunternehmung lediglich, keine Vollversicherungen anzubieten, d.h. α wird dadurch kleiner als 1.

9) Im Anhang zu 2.3. und 2.4. gehen wir in Abschnitt 2.4.3.3. noch kurz auf den analogen Fall ein, dass die Schadenverhütungsmassnahmen nur die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit beeinflussen.

Anhang zu 2.3. und 2.4.

2.3.4. Beeinflussbare Schadeneintrittswahrscheinlichkeit und keine Versicherungsmöglichkeit

1) In diesem Abschnitt ist wiederum das Schadenverhütungsniveau s die einzige Steuerungsvariable, wobei nun die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p als Funktion von s betrachtet wird, also p = p(s). Dagegen ist jetzt die Schadenhöhe L unabhängig vom Schadenverhütungsniveau s. Die Maximierung des Erwartungsnutzens lautet nun wie folgt:

$$\max_s E[u(X)] = \max_s [\,(1-p(s)) \cdot u\big(\hat{X} - c(s)\big) + p(s) \cdot u\big(\hat{X} - L - c(s)\big)] .$$

Die **Bedingung erster Ordnung** führt zu

$$\frac{d}{ds} E[u(X)] = -p' \cdot u(X_3) - (1-p) \cdot u'(X_3) \cdot c' + p' \cdot u(X_4) - p \cdot u'(X_4) \cdot c'$$

$$= 0,$$

wobei wiederum

$$X_3 := \hat{X} - c(s) ,$$

$$X_4 := \hat{X} - L - c(s)$$

gilt.

Auflösen nach den Grenzkosten führt zur Bedingung

$$c'(s) = -p'(s) \cdot \frac{u(X_3) - u(X_4)}{(1-p(s)) \cdot u'(X_3) + p(s) \cdot u'(X_4)} .$$

Aufgrund des **Mittelwertsatzes** folgt

$$u(X_3) - u(X_4) = u'(X_m^4) \cdot (X_3 - X_4)$$

mit $X_3 \geq X_m^4 \geq X_4$. Ferner gilt $X_3 - X_4 = L$.

Somit ergibt sich für die **Optimalitätsbedingung**

$$c'(s) = -p'(s) \cdot L \cdot \frac{u'(X_m^4))}{(1-p(s)) \cdot u'(X_3) + p(s) \cdot u'(X_4)} .$$

Im Optimum sind also die **Grenzkosten c'(s) der Schadenverhütung gleich dem Grenzertrag, ausgedrückt als marginale Veränderung des erwarteten Schadens multipliziert mit einem Faktor**, der die Risikoneigung des Individuums und die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit berücksichtigt. Diesmal ist zu beachten, dass die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p = p(s) eine Funktion von dem Niveau s der Schadenverhütung ist, während die Schadenhöhe L konstant ist. Es gilt somit

$$\frac{d}{ds}\big(p(s)\cdot L\big) = p'(s)\cdot L\,.$$

2) Die **Bedingung zweiter Ordnung** lautet:

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2}{ds^2}E[u(X)] \;=\; & \underbrace{p''}_{>0}\cdot\underbrace{[u(X_4)-u(X_3)]}_{<0} \\
& \underbrace{+p'\cdot(-c')}_{>0}\cdot\underbrace{[u'(X_4)-u'(X_3)]}_{>0} \\
& \underbrace{-c''}_{<0}\cdot\underbrace{[p\cdot u'(X_4)+(1-p)\cdot u'(X_3)]}_{>0} \\
& \underbrace{-c'\cdot p'}_{>0}\cdot\underbrace{[u'(X_4)-u'(X_3)]}_{>0} \\
& \underbrace{(-c')^2}_{>0}\cdot\underbrace{[p\cdot u''(X_4)+(1-p)\cdot u''(X_3)]}_{<0} \\
& < 0.
\end{aligned}
$$

Der erste Term ist wegen p''>0 sowie $X_4 < X_3$ und u'>0 negativ.

Der zweite und vierte Term sind wegen p'<0, c'>0 sowie $X_4 < X_3$ und u''<0 positiv.

Der dritte und fünfte Term sind negativ.

Dies impliziert, dass **die Bedingung zweiter Ordnung nicht stets erfüllt sein muss**: eventuell gibt es also keine inneren Lösungen, sondern nur Randlösungen mit s = 0, d.h. dass in solchen Fällen keine Schadenverhütungsmassnahmen ergriffen werden.

3) Ein Beispiel für eine solche Randlösung mit s = 0 liefert eine Person mit **unendlich grosser Risikoaversion**, die das Endvermögen für den Fall maximiert, dass der Schaden eintritt. Die Maximierungsbedingungen lauten also

$$\max_s [\hat{X} - L - c(s)]$$

bzw.

$$\frac{d}{ds}\left(\hat{X} - L - c(s)\right) = -c'(s) = 0$$

und

$$\frac{d^2}{ds^2}\left(\hat{X} - L - c(s)\right) = -c''(s) < 0 .$$

Ein inneres Maximum mit s > 0 existiert wegen c' > 0 und c" > 0 nicht.

Das Endvermögen wird maximiert, falls s = 0 gesetzt wird, d.h. falls keine Schadenverhütungsmassnahmen ergriffen werden. Dies ist auch rational für einen solchen Pessimisten, da er ja davon ausgeht, dass der Schaden mit Sicherheit eintritt. **Massnahmen zur Verringerung der Schadeneintrittswahrscheinlichkeit wirken hier nicht, verursachen jedoch Kosten.**

Das Verhalten eines solchen Individuums unterscheidet sich also drastisch je nachdem, ob die Schadenverhütungsmassnahmen sich auf die Schadenhöhe oder Schadeneintrittswahrscheinlichkeit auswirken.

4) Für ein **risikoneutrales Individuum** gilt u' > 0 und u" = 0. Die Bedingung zweiter Ordnung ist hier stets erfüllt, da der erste und dritte Term negativ sind sowie der zweite, vierte und fünfte gleich Null. Für die **Bedingung erster Ordnung** ergibt sich

$$c'(s) = -p'(s) \cdot \frac{u(X_3) - u(X_4)}{u'}$$

mit u' = const. > 0.

Nach dem Mittelwertsatz erhalten wir wiederum

$$u(X_3) - u(X_4) = u'(X_m^4) \cdot (X_3 - X_4)$$

mit $X_3 \geq X_m^4 \geq X_4$. Wegen u' = const. folgt weiter

$$u(X_3) - u(X_4) = u' \cdot L .$$

Für die **Optimalitätsbedingung** folgt somit

$$c'(s) = -p'(s) \cdot L .$$

Das risikoneutrale Individuum bestimmt also das optimale Schadenverhütungsniveau so, dass die **Grenzkosten der Schadenver-hütung c'(s) gerade gleich dem marginalen Ertrag der Schadenver-hütungsmassnahmen** sind, ausgedrückt als marginale Veränderung des erwarteten Schadens.

Man beachte die Analogie zum Fall der beeinflussbaren Schadenhöhe.

5) Im folgenden betrachten wir **risikoaverse Individuen,** für die die **Bedingung zweiter Ordnung erfüllt** ist. Dies ist zum Beispiel gewährleistet, wenn die Differenz $u'(X_4) - u'(X_3)$ nicht "allzu gross" ist.

6) Sei nun wiederum u die Nutzenfunktion eines Individuums A und v diejenige eines Individuums B, das durch eine höhere Risikoaversion geprägt ist. Mit einer konkaven Transformation k gilt dann

$$v = k(u) \text{ mit } k' > 0\,,\ k'' < 0\,,\ v' = k'(u) \cdot u'\,.$$

Für die **Bedingung erster Ordnung** für das risikoscheuere Individuum B folgt somit

$$c'(s_B) = -\,p'(s_B) \cdot \frac{k(u(X_3)) - k(u(X_4))}{(1-p(s_B)) \cdot k'(u(X_3)) \cdot u'(X_3) + p(s_B) \cdot k'(u(X_4)) \cdot u'(X_4)}$$

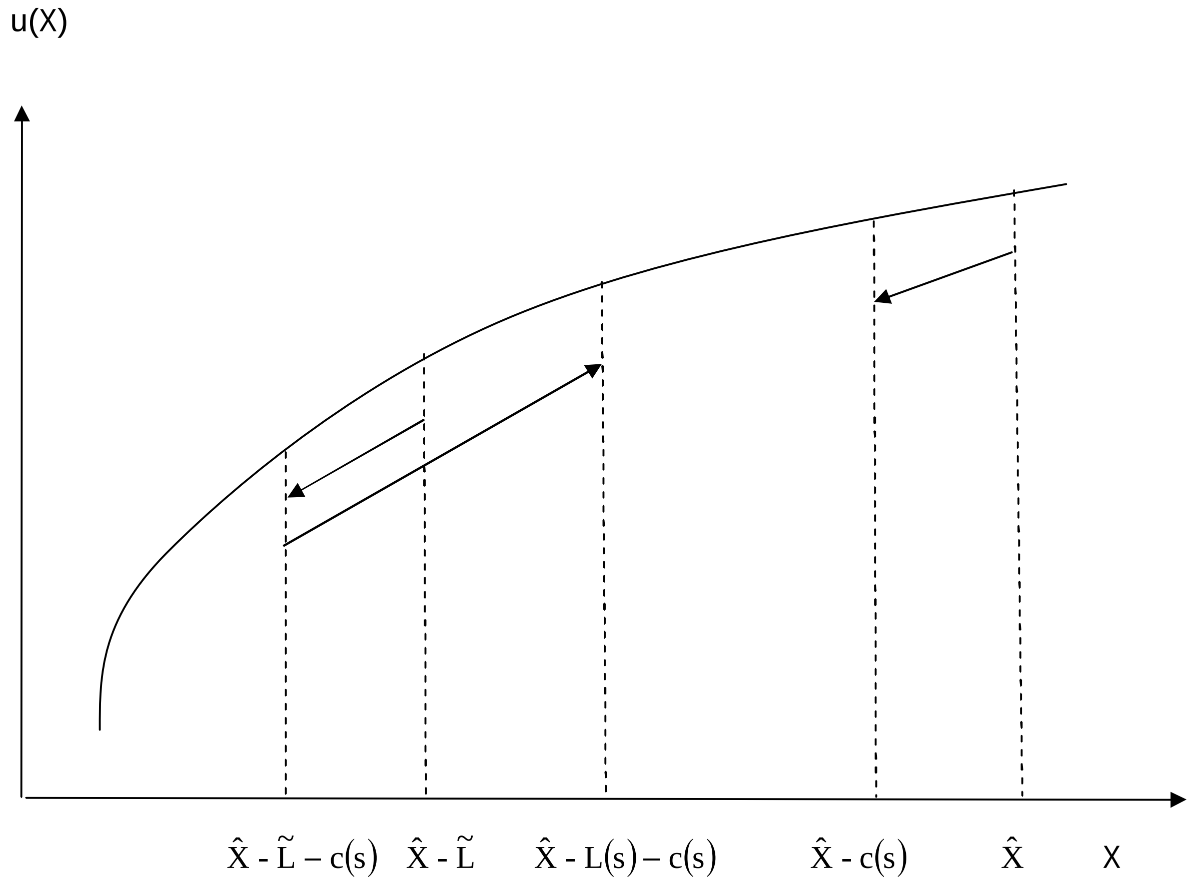
Diesmal ist eine allgemeingültige Aussage über das Grössenverhältnis zwischen s_A und s_B nicht möglich – im Gegensatz zum Fall, in dem die Schadenhöhe durch die Schadenverhütungsmassnahmen beeinflusst wurde.

Nell schreibt hierzu auf Seite 74: "Es besteht also kein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Grad der Risikoaversion und dem Schadenverhütungsniveau. Dieses Ergebnis ist überraschend, da es zum einen im Gegensatz zu den Ergebnissen für den Fall beeinflussbarer Schadenhöhe steht und zum anderen der intuitiven Auffassung von Risikoaversion widerspricht, welche nahelegen würde, dass risikoscheuere Individuen sich grundsätzlich stärker gegen Gefahren absichern."

Zur Erläuterung dieses Phänomens untersucht Nell die Wirkung der Schadenverhütungsmassnahmen auf das Endvermögen.

7) Bei **Schadenverhütungsmassnahmen**, die zu einer **Verringerung der Schadenhöhe** führen, sind folgende Phänomene zu beobachten. Die Kosten der Schadenverhütung führen in einem ersten Schritt zu einer Verringerung des Endvermögens und zwar unabhängig davon, ob ein Schaden eintritt oder nicht. Im Schadenfall kommt neben der Verringerung des Endvermögens durch den Schaden zusätzlich eine Erhöhung des Endvermögens durch die Verringerung der Schadenhöhe aufgrund der Schadenverhütungsmassnahmen hinzu. Das kann man als **Vermögenstransfer** zwischen den beiden Zuständen interpretieren. Das Individuum tauscht **"Verringerung des Endvermögens im schadenfreien Fall" gegen eine "Erhöhung (bzw. nicht so ausgeprägte Verringerung) des Endvermögens im Schadenfall".**

Grafisch lässt sich das wie folgt darstellen:



In der Grafik sei $\tilde{L}$ = const. die konstante, ursprüngliche Schadenhöhe und L(s) diejenige, die mit dem Schadenverhütungsniveau s abnimmt.

Durch die Schadenverhütungsmassnahmen wird die Differenz zwischen den Endvermögen in den beiden Zuständen verringert.

Ohne Schadenverhütung beträgt die Differenz der Endvermögen

$$\hat{X} - (\hat{X} - \tilde{L}) = \tilde{L}.$$

Mit Schadenverhütung gilt dagegen

$$\hat{X} - c(s) - \left(\hat{X} - c(s) - L(s)\right) = L(s).$$

Wegen L' < 0 folgt

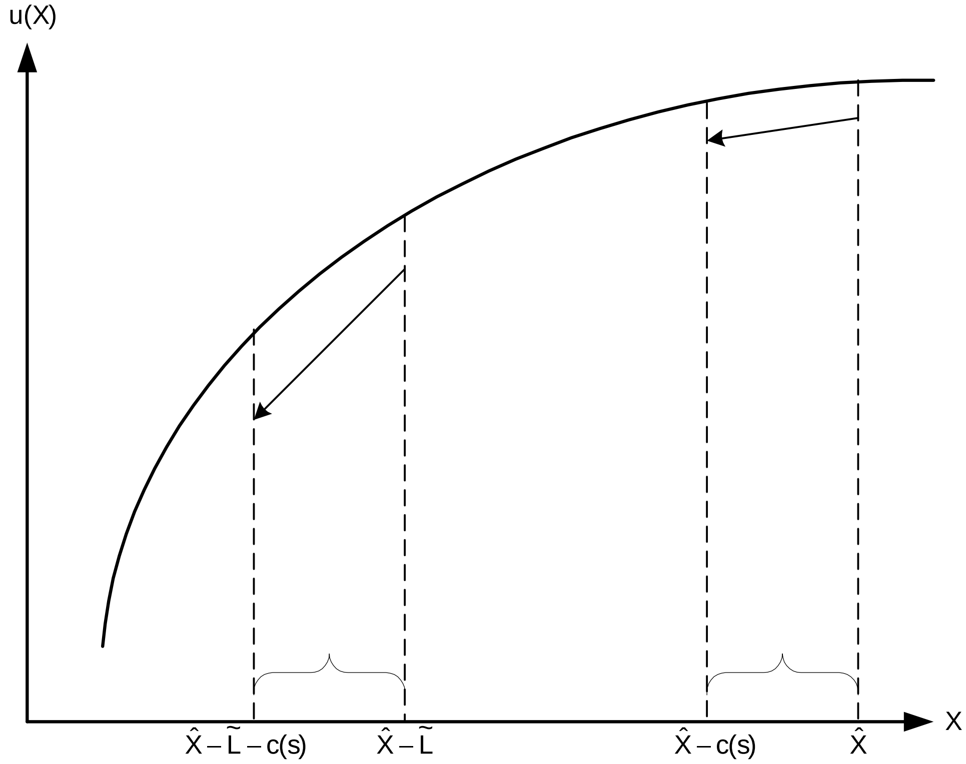
$$L(s) < \tilde{L}.$$

(Zu den Phänomenen der **"Angleichung" der Endvermögen** unabhängig davon, ob der Schaden eintritt oder nicht, vergleiche man das Theorem von Arrow zur idealen Versicherung.)

Nell schreibt dazu auf Seite 76: "Die Steigung der Risikonutzenfunktion nimmt bei einem risikoscheuen Individuum mit wachsendem Endvermögen ab. Daher ist der Nutzenverlust von w_1 [in obiger Grafik $\hat{X}$] um eine Vermögenseinheit niedriger als der Nutzenzuwachs durch Erhöhung von w_2 [in obiger Grafik $\hat{X} - \tilde{L}$] um diese Vermögenseinheit. Dies gilt in um so stärkerem Masse, je grösser der relative Unterschied der Grenznutzen von w_1 und w_2 ist, oder anders ausgedrückt, je risikoscheuer ein Individuum sich verhält. **Die Attraktivität von Massnahmen, die einen Vermögenstransfer bewirken, nimmt folglich mit steigender Risikoaversion zu".**

8) Bei **Schadenverhütungsmassnahmen**, die zu **einer Verringerung der Schadeneintrittswahrscheinlichkeit** führen, gilt dagegen folgendes. Die Schadenhöhe wird hier durch die Schadenverhütungsmassnahmen nicht beeinflusst. Die Differenz im Endvermögen beträgt also in beiden Fällen $\tilde{L}$. **Eine Angleichung der Endvermögen findet in diesem Fall also nicht statt.**

Die obige Grafik vereinfacht sich zu:



Durch die Schadenverhütungsmassnahmen vollzieht das Individuum jetzt einen **Wahrscheinlichkeitstransfer.** Die Wahrscheinlichkeit für den schadenfreien Fall wird erhöht und jene für den Schadenfall verringert. Die Kosten für diesen Transfer stellen die Kosten c(s) für die Schadenverhütungsmassnahmen dar.

2.3.5. Beeinflussbare Schadeneintrittswahrscheinlichkeit und Vesicherungsmöglichkeit

1) Das Maximierungsproblem des Individuums lautet nun

$$\max_{s,\alpha} E[u(X)] = \max_{s,\alpha}[\,(1-p(s))\cdot u\big(\hat{X}-\alpha\cdot q\cdot p(s)\cdot L-c(s)\big)$$

$$+p(s)\cdot u\big(\hat{X}-\alpha\cdot q\cdot p(s)\cdot L-(1-\alpha)\cdot L-c(s)\big)]$$

Die **Bedingungen erster Ordnung** lauten

(a) $$\frac{\partial}{\partial s}E[u(X)] = -\,p'(s)\cdot\big(u(X_7)-u(X_8)\big)$$

$$+\ [(1-p(s))\cdot u'(X_7)+p(s)\cdot u'(X_8)]\cdot[-\alpha\cdot q\cdot p'(s)\cdot L-c'(s)]$$

$$= 0.$$

$$\text{(b)} \quad \frac{\partial}{\partial\alpha}E[u(X)] = (1-p(s)) \cdot u'(X_7) \cdot (-q \cdot p(s) \cdot L)$$

$$+ p(s) \cdot u'(X_8) \cdot (-q \cdot p(s) \cdot L + L)$$

$$= 0$$

mit

$$X_7 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p(s) \cdot L - c(s),$$

$$X_8 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p(s) \cdot L - (1-\alpha) \cdot L - c(s).$$

2) Auflösen von (a) nach den Grenzkosten der Schadenverhütung liefert

$$-c'(s) \cdot [(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)]$$

$$= p'(s) \cdot (u(X_7) - u(X_8)) +$$

$$+ \alpha \cdot q \cdot p'(s) \cdot L \cdot [(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)]$$

bzw.

$$\text{(c)} \quad c'(s) = -\alpha \cdot q \cdot p'(s) \cdot L - p'(s) \cdot \frac{u(X_7) - u(X_8)}{(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)}.$$

3) Auflösen von (b) nach den Zuschlagsfaktor q liefert

$$q \cdot p(s) \cdot L \cdot [(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)]$$

$$= p(s) \cdot L \cdot u'(X_8)$$

bzw.

$$\text{(d)} \quad q = \frac{u'(X_8)}{(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)}.$$

4) Ersetzt man nun q in (c) gemäss (d), so ergibt sich

$$\text{(e)} \quad c'(s) = -\alpha \cdot p'(s) \cdot L \cdot \frac{u'(X_8)}{(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)}$$

$$-p'(s) \cdot \frac{u(X_7) - u(X_8)}{(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)}.$$

Aufgrund des **Mittelwertsatzes** gilt

$$u(X_7) - u(X_8) = u'\left(X_m^8\right) \cdot (X_7 - X_8)$$

$$= u'\left(X_m^8\right) \cdot (1-\alpha) \cdot L$$

mit $X_8 \leq X_m^8 \leq X_7$.

Berücksichtigen wir dies in (e), so folgt

$$\text{(f)}\quad c'(s) = -p'(s) \cdot L \cdot \frac{\alpha \cdot u'(X_8) + (1-\alpha) \cdot u'(X_m^8)}{\left(1-p(s)\right) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)}.$$

Im **Optimum** sind also **die Grenzkosten c'(s) der Schadenverhütung gleich dem Grenzertrag, ausgedrückt als marginale Veränderung des erwarteten Schadens multipliziert mit einem Faktor**, der die Risikoneigung des Individuums, die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p sowie den Deckungsgrad α der Versicherung berücksichtigt.

5) Für ein **risikoneutrales Individuum** gilt u' > 0 und u'' = 0; d.h. u' ist eine positive Konstante. Die Bedingung (f) reduziert sich in diesem Spezialfall zu

$$\text{(g)}\quad c'(s) = -p'(s) \cdot L.$$

Zusätzlich folgt hier aus (d)

$$q = 1.$$

Wir erhalten wieder, dass das risikoneutrale Individuum Versicherungsschutz nur nachfragt, falls q = 1 ist; d.h. falls die Prämie dem Erwartungswert der Versicherungsleistung entspricht. Ferner folgt, dass das optimale Schadenverhütungsniveau s* sich aus der Gleichheit der Grenzkosten der Schadenverhütung und der negativen marinalen Veränderung des erwarteten Schadens ergibt.

6) Im folgenden betrachten wir wieder zwei **risikoaverse Individuen** A und B mit den Nutzenfunktionen u bzw. v. Das Individuum B werde durch eine höhere Risikoaversion geprägt als Individuum A. Mit einer konkaven Transformation k gilt dann

$$v = k(u),\quad k' > 0,\quad k'' < 0,\quad v' = k'(u) \cdot u'.$$

Für die **Bedingung erster Ordnung** für das risikoscheuere Individuum B folgt somit

(h) $$c'(s_B) = -p'(s_B)\cdot L \cdot \frac{\alpha\cdot k'\left(u(X_8)\right)\cdot u'(X_8) + (1-\alpha)\cdot k'\left(u(X_n^8)\right)\cdot u'(X_n^8)}{\left(1-p(s_B)\right)\cdot k'\left(u(X_7)\right)\cdot u'(X_7) + p(s_B)\cdot k'\left(u(X_8)\right)\cdot u'(X_8)}$$

mit

$$k(u(X_7)) - k(u(X_8)) = (1-\alpha)\cdot L\cdot k'\left(u'(X_n^8)\right)\cdot u(X_n)\,.$$

nach dem Mittelwertsatz.

Auch diesmal ist keine allgemein gültige Aussage über das Grössenverhältnis zwischen s_A und s_B möglich.

2.3.6. Überblick über die Ergebnisse

In diesem Abschnitt geben wir einen tabellarischen Überblick über die abgeleiteten Optimalitätsbedingungen.

Beeinflussbare Schadenhöhe ohne Versicherungsmöglichkeit	 mit Versicherungsmöglichkeit
1) Risikoaversion [1]: $c'(s) = -p \cdot L'(s) \cdot \frac{u'(X_4)}{(1-p) \cdot u'(X_3) + p \cdot u'(X_4)}$	1) Risikoaversion [2]: $c'(s) = -p \cdot L'(s) \cdot q$ mit $q = \frac{u'(X_6)}{(1-p) \cdot u'(X_5) + p \cdot u'(X_6)}$ und $VP = \alpha \cdot q \cdot p \cdot L(s)$
2) Individuum B risikoscheuer als A: $s_A < s_B$	2) Individuum B risikoscheuer als A: $s_A \overset{!}{<} s_B$
3) Risikoneutralität ($u' > 0$, $u'' = 0$): $c'(s) = -p \cdot L'(s)$	3) Risikoneutralität ($u' > 0$, $u'' = 0$): $c'(s) = -p \cdot L'(s)$; $q=1$
4) unendlich hohe Risikoaversion (p=1): $c'(s) = -L'(s)$	4) Separation bei der Bestimmung von s^* und α^*

[1] $X_3 := \hat{X} - c(s)$
$X_4 := \hat{X} - L - c(s)$

[2] $X_5 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L(s) - c(s)$
$X_6 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p \cdot L(s) - (1-\alpha) \cdot L(s) - c(s)$

Beeinflussbare Schadeneintrittswahrscheinlichkeit	
ohne Versicherungsmöglichkeit	**mit Versicherungsmöglichkeit**
2) Risikoaversion [1]: $c'(s) = -p'(s) \cdot L \cdot \frac{u'\left(X_m^4\right)}{(1-p(s)) \cdot u'\left(X_3\right) + p(s) \cdot u'\left(X_4\right)}$	1) Risikoaversion [2]: $c'(s) = -p'(s) \cdot L \cdot \frac{\alpha \cdot u'(X_8) + (1-\alpha) \cdot u'(X_m^8)}{(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)}$ mit $q = \frac{u'(X_8)}{(1-p(s)) \cdot u'\left(X_7\right) + p(s) \cdot u'\left(X_8\right)}$ und $VP = \alpha \cdot q \cdot p(s) \cdot L$
2) Individuum B risikoscheuer als A: $s_A \gtreqless s_B$	2) Individuum B risikoscheuer als A: $s_A \gtreqless s_B$
3) Risikoneutralität ($u' > 0$, $u'' = 0$): $c'(s) = -p'(s) \cdot L$	3) Risikoneutralität ($u' > 0$, $u'' = 0$): $c'(s) = -p'(s) \cdot L$; $q=1$
4) unendlich hohe Risikoaversion ($p=1$): $s=0$	4) Vermutlich keine Separation bei der Bestimmung von s^* und α^*

[1]
$X_3 := \hat{X} - c(s)$
$X_4 := \hat{X} - L - c(s)$
$X_4 \leq X_m^4 \leq X_3$

[2]
$X_7 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p(s) \cdot L - c(s)$
$X_8 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p(s) \cdot L - (1-\alpha) \cdot L - c(s)$
$X_4 \leq X_m^4 \leq X_3$

Es zeigt sich, dass die **Optimalitätsbedingungen geprägt sind von der Gleichheit der Grenzkosten der Schadenverhütung ($c'(s) > 0$) mit der marginalen Verringerung des erwarteten Schadens** $(-p \cdot L'(s))$ bzw. $(-p'(s) \cdot L)$ multipliziert mit einem Faktor, der die Risikoeinstellung des Individuums berücksichtigt (ausgedrückt durch die erste Ableitung der Nutzenfunktion an den jeweiligen Endvermögen) und durch die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p; falls die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit durch die Schadenverhütungsmassnahme beeinflusst wird und zusätzliche Versicherungsmöglichkeit gegeben ist, wird auch noch der Deckungsgrad α in diesem Faktor berücksichtigt und die Risikoneigung an einem Mittelwert des Endvermögens.

Die marginale Verringerung des erwarteten Schadens lässt sich hier interpretieren als der Grenzertrag der Schadenverhütungsmassnahmen.

Zusammenfassend lässt sich also festhalten, dass die **Optimalitätsbedingungen folgende Struktur** haben:

Grenzkosten der Schadenverhütungsmassnahmen
= Grenzertrag der Schadenverhütungsmassnahmen
· Faktor (Risikoneigung, Schadeneintrittswahrscheinlichkeit, Deckungsgrad)

Bei Risikoneutralität gilt diese Gleichung stets mit dem Zusatz, dass dieser Faktor gleich 1 ist.

Falls allein die Schadenhöhe von den Schadenverhütungsmassnahmen beeinflusst wird, entfällt die Abhängigkeit des obigen Faktors vom Deckungsgrad der Versicherung.

2.4.3.3. Beeinflussbare Schadeneintrittswahrscheinlichkeit und Versicherungsmöglichkeit

1) Das Maximierungsproblem wird in diesem Fall beschrieben durch

$$\max_{s,\alpha} E[u(X)] = \max_{s,\alpha}[(1-p(s)) \cdot u\left(\hat{X} - \alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L} - c(s)\right)$$

$$+ p(s) \cdot u\left(\hat{X} - \alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L} - (1-\alpha) \cdot \overline{L} - c(s)\right)]$$

Die **Bedingungen erster Ordnung** lauten

(a) $$\frac{\partial}{\partial s} E[u(X)] = -p'(s) \cdot (u(X_{11}) - u(X_{12}))$$

$$+ [(1-p(s)) \cdot u'(X_{11}) + p(s) \cdot u'(X_{12})] \cdot [-c'(s)]$$

$$= 0,$$

(b) $$\frac{\partial}{\partial \alpha} E[u(X)] = (1-p(s)) \cdot u'(X_{11}) \cdot (-1) \cdot q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L}$$

$$+ p(s) \cdot u'(X_{12}) \cdot (-q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L} + \overline{L})$$

$$= 0$$

mit

$$X_{11} := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L} - c(s),$$

$$X_{12} := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot \overline{p} \cdot \overline{L} - (1-\alpha) \cdot \overline{L} - c(s).$$

2) Auflösen von (a) nach den Grenzkosten der Schadenverhütung liefert jetzt

(c) $$c'(s) = -p'(s) \cdot \frac{u(X_{11}) - u(X_{12})}{(1-p(s)) \cdot u'(X_{11}) + p(s) \cdot u'(X_{12})}.$$

Aufgrund des Mittelwertsatzes folgt nun

$$u(X_{11}) - u(X_{12}) = u'(X_m^{12}) \cdot (X_{11} - X_{12})$$

$$= u'(X_m^{12}) \cdot (1-\alpha) \cdot \overline{L}$$

mit $X_{12} \le X_m^{12} \le X_{11}$. Dies führt dazu

$$c'(s) = -(1-\alpha) \cdot p'(s) \cdot \bar{L} \cdot \frac{u'(X_m^{12})}{(1-p(s)) \cdot u'(X_{11}) + p(s) \cdot u'(X_{12})} .$$

Die analoge Beziehung für verhaltenabhängige Tarifierung aus 2) und 2.3.4. lautet (vgl. (c) von Seite 160)

$$c'(s) = -\alpha \cdot q \cdot p'(s) \cdot \bar{L} - p'(s) \cdot \frac{u(X_7) - u(X_8)}{(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)} .$$

Anwendung des Mittelwertsatzes führt hier zu

$$u(X_7) - u(X_8) = u'(X_m^8) \cdot (1-\alpha) \cdot L$$

mit

$$X_7 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p(s) \cdot \bar{L} - c(s) ,$$

$$X_8 := \hat{X} - \alpha \cdot q \cdot p(s) \cdot \bar{L} - (1-\alpha) \cdot \bar{L} - c(s) ,$$

$$X_8 \le X_m^8 \le X_7 .$$

In (e) eingesetzt ergibt sich

(f) $$c'(s) = -\alpha \cdot q \cdot p'(s) \cdot \bar{L}$$

$$-(1-\alpha) \cdot p'(s) \cdot \bar{L} \cdot \frac{u'(X_m^8)}{(1-p(s)) \cdot u'(X_7) + p(s) \cdot u'(X_8)} .$$

Die **Optimalitätsbedingung (d)** für verhaltensunabhängige und (f) für verhaltensabhängige Tarifierung bei beeinflussbarer Schadeneintrittswahrscheinlichkeit weisen eine **ähnliche Struktur auf wie diejenigen bei beeinflussbarer Schadenhöhe**. **Somit lassen sich die analogen Aussagen von Abschnitt 2.4.3.2. auf Abschnitt 2.4.3.3. übertragen.**

Hiermit sind unsere Ausführungen zum ex ante internen Moral-Hazard-Problem abgeschlossen.