

III. Grundlagen der Lebensversicherungsmathematik

III.5. Deckungskapital für Lebensversicherungs- produkte

Universität Basel
Herbstsemester 2015

Dr. Ruprecht Witzel
ruprecht.witzel@aktuariat-witzel.ch
www.aktuariat-witzel.ch

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

Inhalt

1. Einführung

2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

3. Die rekursive Methode

4. Beispiele

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.1. Einführung

- Das **Deckungskapital** ist bei Lebens-VU
 - Teil der **technischen Rückstellungen** und
 - **der dominante Posten auf der Passivseite der Bilanz**
- Es ist die Bewertung der **Forderungen der Versicherungsnehmer** gegen die Lebens-VU
 - Diese Forderungen werden nicht auf Märkten gehandelt
 - Somit gibt keine entsprechenden Marktwerte
- **Die Bestimmung des Deckungskapitals erfolgt ausschliesslich mit Hilfe von aktuariellen Modellen**

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.1. Einführung

- Gemäss VAG sind in der Schweiz **ungezillmerte Rückstellungen** zu stellen
 - Das impliziert, dass die Rückstellungen gebildet werden
 - gemäss den **jährlichen Sparprämien und der technischen Verzinsung** und
 - **ohne Berücksichtigung der Vorfinanzierung der Abschlusskosten bei Jahresprämien-geschäft**

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.1. Einführung

- Es gibt die folgenden drei Methoden, das Deckungskapital zu berechnen:
 - **die prospektive Methode**
 - **die retrospektive Methode**
 - **die rekursive Methode**
- Alle drei Methoden
 - sind anwendbar, falls es eine Tarifgarantie gibt, wie z.B. bei traditionellen Produkten, und
 - führen dann zu den gleichen Ergebnissen
- Falls es keine Tarifgarantie gibt, ist nur die rekursive Methode anwendbar, wie z.B. bei fondsgebundenen Produkten

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.1. Einführung

- Gemäss AVO erfolgt die **Berechnung der technischen Rückstellungen**
 - grundsätzlich **einzelvertraglich**, also pro Vertrag, abgesehen z.B. bei Verstärkungen von Rückstellungen
 - **vor Rückversicherung**, d.h. es sind **Bruttorückstellungen** zu bilden
 - In einer früheren Version der AVO wurde die prospektive Methode vorgeschrieben, was z.B. bei fondsgebundenen Produkten nicht möglich war

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

Inhalt

1. Einführung

2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

3. Die rekursive Methode

4. Beispiele

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- Nur falls **Tarifgarantie** gegeben ist, kann unter Benutzung des **individuellen Äquivalenzprinzips** das Deckungskapital nach der **prospektiven bzw. nach der retrospektiven Methode** berechnet werden
- Die **Prämie** wird mit Hilfe des so genannten **individuellen Äquivalenzprinzips** wie folgt berechnet:
 - **Der Barwert aller erwarteten zukünftigen Prämienzahlungen eines Versicherten ist gleich dem Barwert aller seiner erwarteten zukünftigen Versicherungsleistungen**
 - Hierbei bezieht sich die Barwertberechnung auf den Beginn der Versicherungsdauer

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- Das **Versicherungsprinzip** äussert sich darin, dass diese **Gleichheit für die Barwerte** gefordert wird und nicht für die effektiven Geldzahlungen
 - Beispiel: Todesfallkapitalversicherung
- Dieses individuelle Äquivalenzprinzip gilt selbstverständlich auch zu jedem beliebigen Zeitpunkt innerhalb der Vertragsdauer
- Es besagt dann, dass im Rahmen des versicherungsmathematischen Modells der Zeitwert aller erwarteten Prämienzahlungen gleich dem Zeitwert aller erwarteten Versicherungsleistungen ist

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- Diese Betrachtungsweise ist Grundlage zur Bestimmung des Deckungskapitals nach der prospektiven bzw. nach der retrospektiven Methode
- Für einen beliebigen Zeitpunkt t während der Versicherungsdauer gilt nämlich:

Endwert aller erwarteten bezahlten Prämien (VP)

+ Barwert aller erwarteten zukünftigen Prämien (ZP)

=

Endwert aller erwarteten bezahlten Leistungen (VL)

+ Barwert aller erwarteten zukünftigen Leistungen (ZL)

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

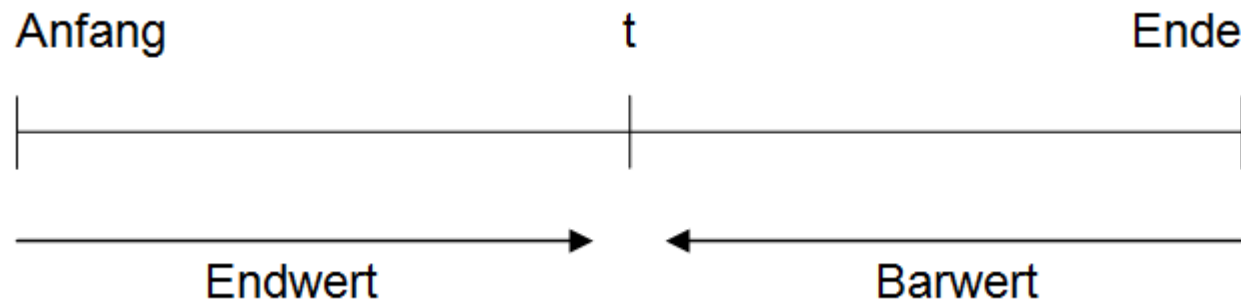
- Also gilt:

$$VP + ZP = VL + ZL$$

- oder

$$VP - VL = ZL - ZP$$

- Die obigen Endwerte und Barwerte werden auf einen fixen Zeitpunkt t während der Versicherungsdauer berechnet
- Grafisch lässt sich das wie folgt veranschaulichen:



III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- **Voraussetzung für diese Berechnungen ist die Tarifgarantie während der ganzen Versicherungsdauer**
- Denn nur dann sind die Rechnungsgrundlagen für die ganze Versicherungsdauer festgelegt
 - Wie z.B. bei einer Gemischten die Wahrscheinlichkeiten zu sterben und der technische Zinssatz
- **Mit dem Deckungskapital wird nun der aktuelle Wert eines Versicherungsvertrags beschrieben unter Verwendung eben dieser garantierten Grundlagen**
- Deshalb ist diese Methode nur für traditionelle Lebensversicherungsprodukte anwendbar, nicht aber für fondsgebundene

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- In der **prospektiven Betrachtungsweise** entspricht das **Deckungskapital dem Barwert der erwarteten zukünftigen Versicherungsleistungen abzüglich dem Barwert der erwarteten zukünftigen Prämienzahlungen**, d.h.

$$\text{DK(prospektiv)} = \text{ZL} - \text{ZP}$$

- In der **retrospektiven Betrachtungsweise** entspricht das **Deckungskapital dem Endwert der erwarteten bezahlten Prämien abzüglich dem Endwert der erwarteten erbrachten Leistungen**, d.h.

$$\text{DK(retrospektiv)} = \text{VP} - \text{VL}$$

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- Beide Betrachtungsweisen führen aufgrund des Äquivalenzprinzips zum gleichen Resultat
- Voraussetzung hierfür ist jedoch, dass dieselben tarifarischen Grundlagen verwendet werden (z.B. Zins, Sterbewahrscheinlichkeiten, Kosten)
- Ferner ist zu beachten, dass sowohl die Endwerte als auch die Barwerte jeweils Erwartungswerte sind
- **In der Praxis wird das Deckungskapital meistens nach der prospektiven Methode berechnet**
- Das **prospektive Deckungskapital** berechnet sich als **Differenz von aufsummierten, abdiskontierten erwarteten zukünftigen Cash-Flows unter Verwendung der Annahmen des versicherungsmathematischen Modells**

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- Sei t ein beliebiger Zeitpunkt während der Versicherungsdauer, dann lässt die prospektive Berechnungsmethode folgende Interpretation zu:
- Das **prospektive Deckungskapital** zum Zeitpunkt t lässt sich interpretieren als der **Barwert des Anteils der zukünftigen erwarteten Versicherungsleistungen, der nicht durch den Barwert der zukünftigen erwarteten Prämienzahlungen des Versicherungsnehmers finanziert wird**
- Das **Deckungskapital ist also eine Forderung des Versicherungsnehmers** im Zeitpunkt t gegen die Lebens-VU und führt somit zu einer entsprechenden Rückstellung

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- Bei Erlebensfallkapital-Lebensversicherungen ist das Deckungskapital am Ende der Versicherungsdauer gerade gleich der auszahlenden Versicherungssumme
 - Beispiel: Erlebensfallleistung bei einer Gemischten
- Bei reinen Risikokapital-Lebensversicherungen ist das Deckungskapital am Ende der Versicherungsdauer gleich Null
 - Beispiel: Todesfallkapitalversicherung

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- Ein weiterer Vorteil der prospektiven Methode besteht darin, dass mit ihr auch überprüft werden kann, ob ein Bestand noch ausreichend reserviert ist
- Beispielsweise werde ein Bestand von laufenden Altersrenten früherer Tarifgenerationen betrachtet
- Die Lebenserwartung ist in den letzten Jahren deutlich angestiegen, und die Zinsen befinden sich seit Jahren auf historisch äusserst tiefem Niveau
- Dies kann dazu führen, dass das vorhandene Deckungskapital (berechnet nach den alten Tarifgrundlagen) nicht mehr ausreichend ist, um die garantierten Leistungen zu erbringen
- Eine Deckungskapitalverstärkung ist hier also notwendig

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode

- Diese lässt sich mit dem prospektiven Deckungskapital wie folgt bestimmen:
 - Man berechnet das prospektive Deckungskapital einerseits mit den Grundlagen, welche zur Tarifierung verwendet wurden und andererseits mit den aktuellen Grundlagen
 - Mit den aktuellen Grundlagen erhält man ein höheres Deckungskapital, da mit einer höheren Lebenserwartung und einem tieferen Zinssatz gerechnet wird
 - Die Differenz dieser beiden Deckungskapitale gibt an, um wie viel das Deckungskapital dieses Bestandes verstärkt werden muss

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

Inhalt

1. Einführung
2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode
- 3. Die rekursive Methode**
4. Beispiele

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.3. Die rekursive Methode

- Eine weitere Möglichkeit, das Deckungskapital zu bestimmen, besteht darin, das **Deckungskapital im Zeitpunkt $t+1$ durch Rekursion aus dem Deckungskapital im Zeitpunkt t zu bestimmen**
- Sei $DK(t+1)$ das Deckungskapital am Ende des $t+1$. Versicherungsjahres
- $BP(t+1)$ die Bruttoprämie für das $t+1$. Versicherungsjahr
- $RP(t+1)$ die Risikoprämie für das $t+1$. Versicherungsjahr
- $KP(t+1)$ die Kostenprämie für das $t+1$. Versicherungsjahr
- $SP(t+1)$ die Sparprämie für das $t+1$. Versicherungsjahr
- $i(t+1)$ der verwendete Zinssatz für das $t+1$. Versicherungsjahr

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.3. Die rekursive Methode

- Wegen

$$BP(t+1) = RP(t+1) + KP(t+1) + SP(t+1)$$

- gilt dann

$$\begin{aligned} DK(t+1) &= (DK(t) + BP(t+1) - KP(t+1) - RP(t+1)) * \\ &\quad (1+i(t+1)) \\ &= (DK(t) + SP(t+1)) * (1+i(t+1)) \end{aligned}$$

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.3. Die rekursive Methode

- Beachtet man zusätzlich, dass $DK(0) = 0$ ist, so folgt, dass das **Deckungskapital** im Zeitpunkt $t+1$ gerade gleich der **Summe der bis zu diesem Zeitpunkt bezahlten und mit dem jeweils gültigem Zinssatz verzinsten Sparprämien** ist
- Für **traditionelle Produkte** mit einem konstanten technischen Zinssatz i ergibt sich dann:

$$DK(t+1) = \sum_{j=1}^{t+1} SP(j) \cdot (1+i)^{t+1-j-1}$$

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.3. Die rekursive Methode

- **Die rekursive Berechnungsmethode ist stets anwendbar, d.h. für Produkte mit Tarifgarantie und für Produkte ohne Tarifgarantie**
- **Beispiele für Produkte ohne Tarifgarantie sind**
 - **fondsgebundene Lebensversicherungen und**
 - **der Sparprozess bei BVG-logischer Tarifierung**

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.3. Die rekursive Methode

- Falls bei traditionellen Produkten die jährliche Sparprämie mit den tarifarischen Annahmen individuell berechnet wird, erhält man das gleiche Ergebnis wie beispielsweise mit der prospektiven Methode
- Anders verhält es sich, falls man beispielsweise Durchschnittsprämien benutzt, wie das teilweise Pensionskassen tun

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

Inhalt

1. Einführung
2. Die prospektive bzw. retrospektive Methode
3. Die rekursive Methode
- 4. Beispiele**

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Die Entwicklung des Deckungskapitals und die Zerlegung der Prämie kann man nach folgendem Schema berechnen:

- Berechnung des Barwertes der Versicherungsleistungen
- Damit ist die Einmalprämie gegeben
- Berechnung der Jahresprämie durch Division der Einmalprämie durch den Prämienbarwert (Rentenbarwert) für die Zahlung 1
- Berechnung des Verlaufs des Deckungskapitals nach der prospektiven Methode (am besten vom Ende her)
- Berechnung der einjährigen Risikoprämie zur Versicherung der jeweiligen Risikosumme, definiert als Differenz von Versicherungsleistung und Deckungskapital
- Residuale Berechnung der einjährigen Sparprämie
- Die einjährige Kostenprämie kann man direkt bestimmen

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte gegen Einmalprämie ohne Kosten:

- Person: Mann 50
 - Versicherungsdauer: 10 Jahre
 - Versicherungssumme: 100'000
 - Grundlagen: EKM95, 3.5 %
 - Einmalprämie: 71'554
-
- Für die Entwicklung des Deckungskapitals und der Prämienzerlegung ergibt sich

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

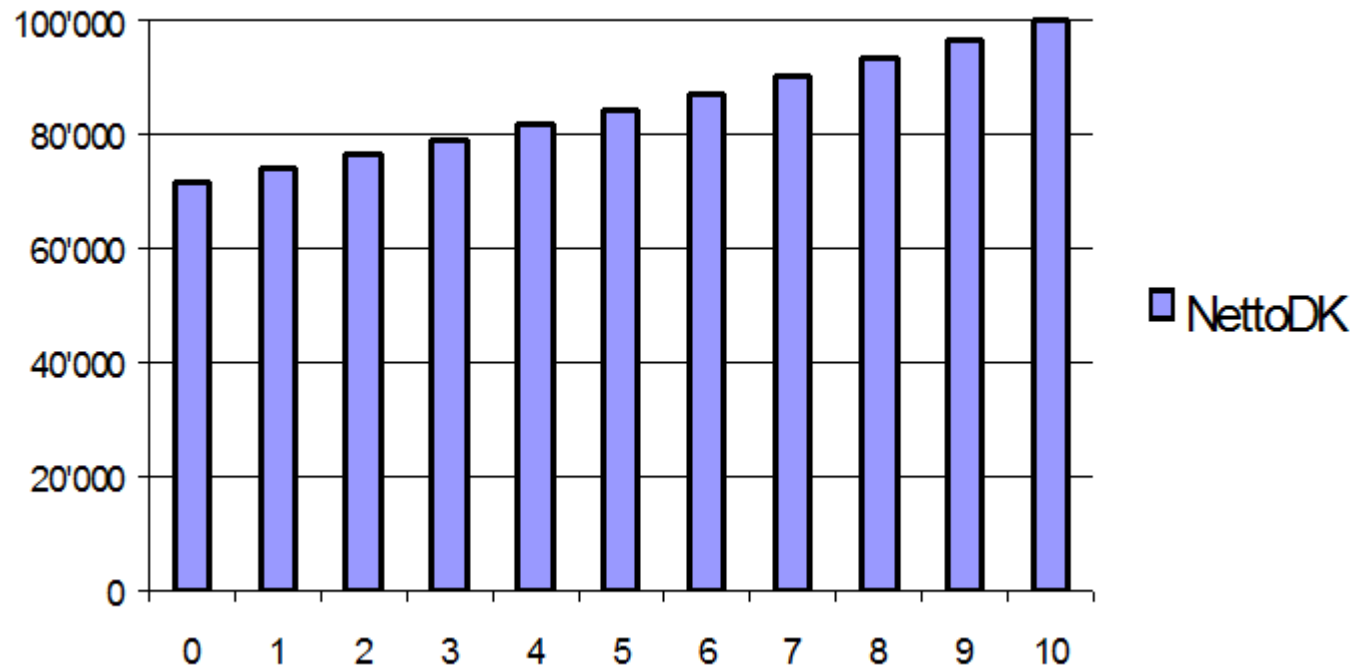
Gemischte gegen Einmalprämie ohne Kosten (Forts.):

t	Nettodeckungs- kapital	Einjährige Risikoprämie	Einjährige Sparprämie
0	71'554	104.86	-104.86
1	73'950	104.70	-104.70
2	76'430	102.88	-102.88
3	78'998	98.99	-98.99
4	81'661	92.61	-92.61
5	84'423	83.21	-83.21
6	87'292	70.01	-70.01
7	90'274	52.30	-52.30
8	93'380	29.27	-29.27
9	96'618	0.00	-0.00
10	100'000		

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte gegen Einmalprämie ohne Kosten (Forts.):



III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte gegen Jahresprämien ohne Kosten:

- Person: Mann 50
 - Versicherungsdauer: 10 Jahre
 - Prämienzahlung: 10 Jahre
 - Versicherungssumme: 100'000
 - Grundlagen: EKM95, 3.5 %
 - Nettojahresprämie: 8'506
-
- Für die Entwicklung des Deckungskapitals und der Prämienzerlegung ergibt sich

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

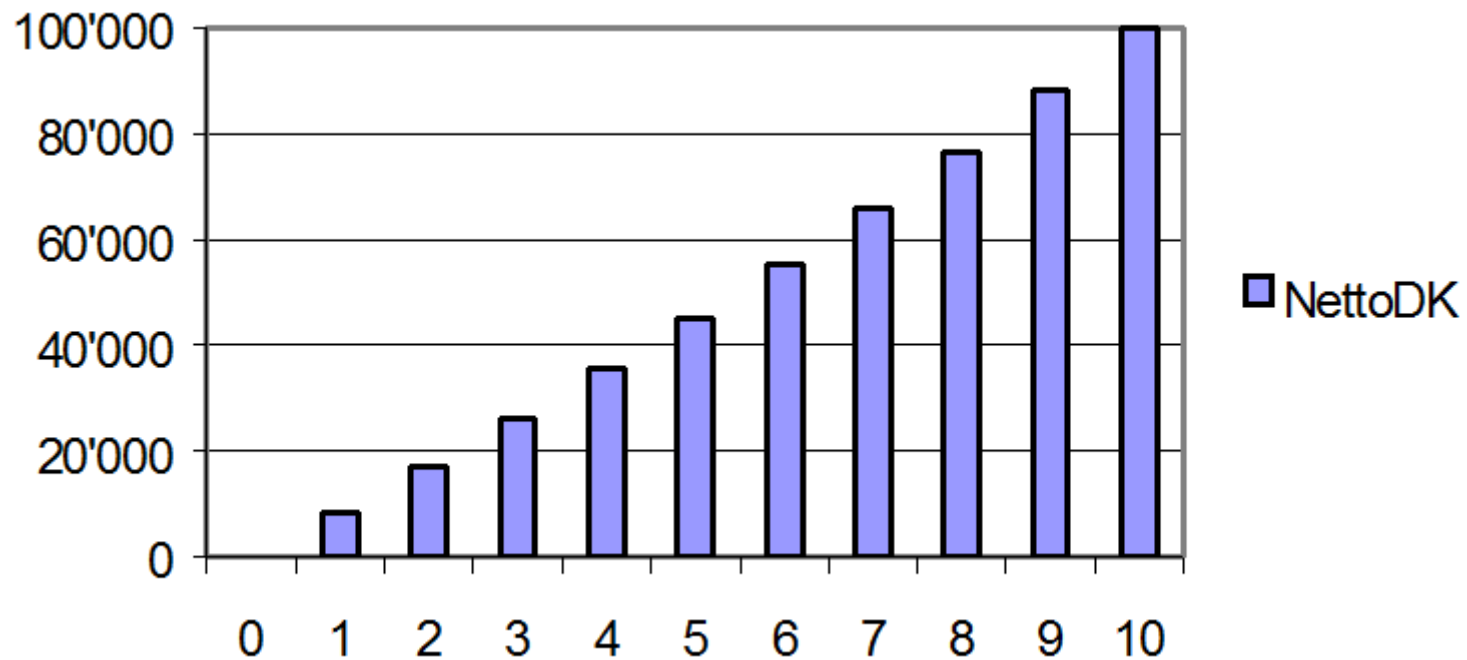
Gemischte gegen Jahresprämien ohne Kosten (Forts.):

t	Nettodeckungs- kapital	Einjährige Risikoprämie	Einjährige Sparprämie
0	0	368.64	8'137.78
1	8'423	368.07	8'138.34
2	17'141	361.67	8'144.75
3	26'170	347.99	8'158.43
4	35'530	325.59	8'180.83
5	45'241	292.51	8'213.90
6	55'326	246.13	8'260.28
7	65'812	183.84	8'322.57
8	76'729	103.09	8'403.32
9	88'112	0.00	8'506.42
10	100'000		

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte gegen Jahresprämien ohne Kosten (Forts.):



III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Temporäre Todesfallkapitalversicherung mit nivellierten Jahresprämien ohne Kosten:

- Person: Mann 50
- Versicherungsdauer: 10 Jahre
- Prämienzahlung: 10 Jahre
- Versicherungssumme: 100'000
- Nettojahresprämie: 625
- Grundlagen: EKM95, 3.5 %

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

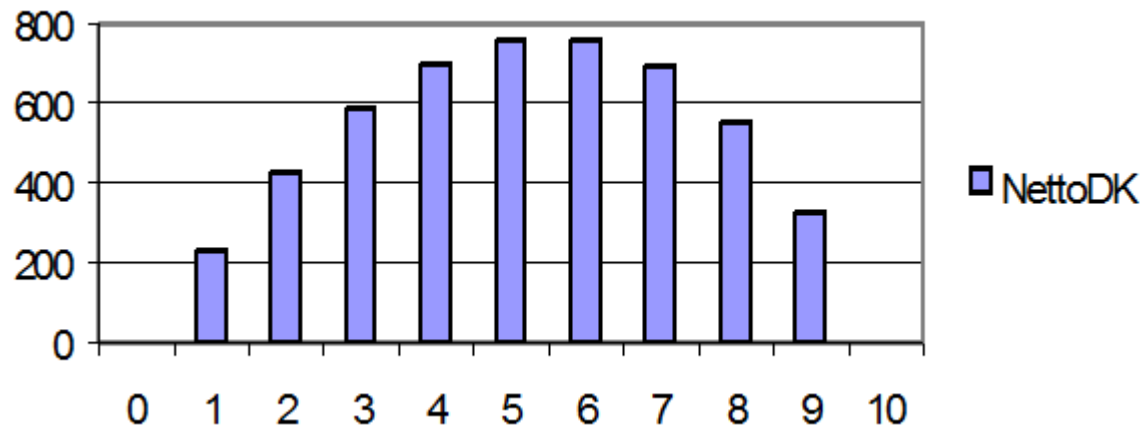
Temporäre Todesfallkapitalversicherung mit nivellierten Jahresprämien ohne Kosten (Forts.):

t	Nettodeckungskapital	Einjährige Risikoprämie	Einjährige Sparprämie
0	0	401.61	223.24
1	231	442.31	182.54
2	428	487.00	137.85
3	586	536.00	88.85
4	698	590.07	34.78
5	759	649.80	-24.95
6	759	714.95	-90.10
7	693	785.65	-160.80
8	550	862.79	-237.94
9	323	948.29	-323.44
10	0		

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Temporäre Todesfallkapitalversicherung mit nivellierten Jahresprämien ohne Kosten (Forts.):



III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Sofortbeginnende Altersrente ohne Rückgewähr mit Einmalprämie ohne Kosten:

- Person: Mann 65 / geb. 1935
- Jahresrente: 12'000 (jährlich zahlbar)
- Nettoeinmalprämie: 210' 329
- Grundlagen: ERM 97, 2.5 %

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

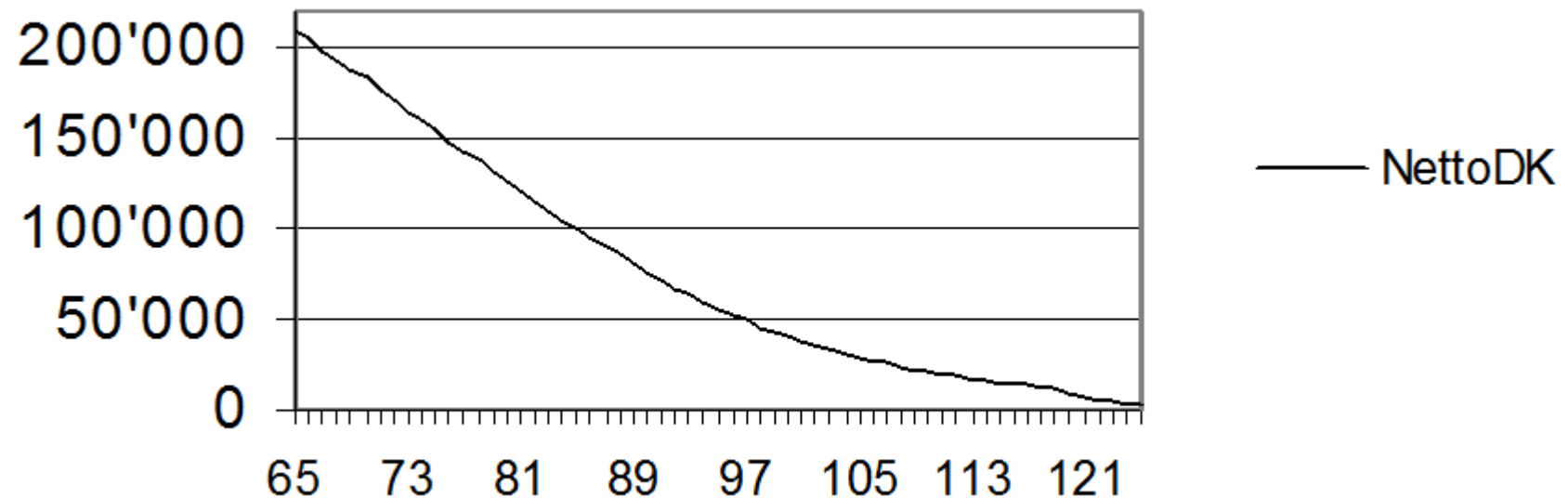
Sofortbeginnende Altersrente ohne Rückgewähr mit Einmalprämie ohne Kosten (Forts.):

Alter	Nettodeckungs- kapital
65	210'329
66	204'975
67	199'564
68	194'101
69	188'591
70	183'039
71	177'450
72	171'829
73	166'183
74	160'519
75	154'845
76	149'171
77	143'508
78	137'866
79	132'256
80	126'688
81	121'176
82	115'728
83	110'357
84	105'075
85	99'897

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Sofortbeginnende Altersrente ohne Rückgewähr mit Einmalprämie ohne Kosten (Forts.):



III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte Versicherung gegen Einmalprämie mit Kosten:

- Person: Mann 50
- Versicherungsdauer: 10 Jahre
- Versicherungssumme: 100'000
- Grundlagen: EKM95, 3.5 %
- Kosten:
 - Abschlusskosten: 6 % der Einmalprämie
 - Verwaltungskosten: 100 CHF jährlich während der Versicherungsdauer und
0.1 % der Versicherungssumme
jährlich während Versicherungsdauer

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte Versicherung gegen Einmalprämie mit Kosten (Forts.):

- Einmalprämien:
- Brutto 77' 911 CHF
- ohne Abschlusskosten 73' 236 CHF
- Netto 71' 554 CHF

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte Versicherung gegen Einmalprämie mit Kosten (Forts.):

t	Nettodeckungs- kapital	Inventardeckungs- kapital	<u>Einjährige Verwaltungs- kostenprämie</u>	Einjährige Risikoprämie bei INVDK	Einjährige Sparprämie bei INVDK
0	71'554	73'236	200	98.66	-298.66
1	73'950	75'491	200	98.51	-298.51
2	76'430	77'824	200	96.80	-296.79
3	78'998	80'240	200	93.13	-293.13
4	81'661	82'745	200	87.14	-287.14
5	84'423	85'344	200	78.29	-278.29
6	87'292	88'043	200	65.88	-265.87
7	90'274	90'850	200	49.21	-249.20
8	93'380	93'771	200	27.54	-227.54
9	96'618	96'818	200	0.00	-200.00
10	100'000	100'000			

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte Versicherung gegen Jahresprämien mit Kosten:

- Person: Mann 50
- Versicherungsdauer: 10 Jahre
- Prämienzahlungsdauer: 10 Jahre
- Versicherungssumme: 100'000
- Grundlagen: EKM95, 3.5 %
- Kosten:
 - Abschlusskosten: 6 % des Prämienbarwerts
 - Verwaltungskosten: 100 CHF jährlich während der Versicherungsdauer und 0.15 % der Versicherungssumme jährlich und 3 % der Bruttoprämie

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte Versicherung gegen Jahresprämien mit Kosten

(Forts.):

- Jahresprämien:
- Brutto 9'622.44 CHF
- ohne Abschlusskosten 9'045.09 CHF
- Netto 8'506.42 CHF

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

Gemischte Versicherung gegen Jahresprämien mit Kosten

(Forts.):

t	Nettodeckungs- kapital	Inventar- deckungs- kapital	Einjährige <u>Verwaltungs-</u> <u>kostenprämie</u>	Einjährige <u>Abschluss-</u> <u>kostenprämie</u>	Einjährige Risikoprämie bei INVDK	Einjährige Sparprämie bei INVDK
0	0.00	0.00	538.67	577.35	368.64	8'137.78
1	8'422.57	8'422.57	538.67	577.35	368.07	8'138.34
2	17'140.55	17'140.55	538.67	577.35	361.67	8'144.75
3	26'170.29	26'170.29	538.67	577.35	347.99	8'158.43
4	35'530.19	35'530.19	538.67	577.35	325.59	8'180.83
5	45'240.98	45'240.98	538.67	577.35	292.51	8'213.90
6	55'325.75	55'325.75	538.67	577.35	246.13	8'260.28
7	65'811.53	65'811.53	538.67	577.35	183.84	8'322.57
8	76'728.87	76'728.87	538.67	577.35	103.09	8'403.32
9	88'111.94	88'111.94	538.67	577.35	0.00	8'506.42
10	100'000.00	100'000.00				

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

- Es gibt auch **Lebensversicherungsprodukte ohne Deckungskapital**, was aber eher die Ausnahme ist
- **Beispiele** hierfür sind die **einjährigen Risikoversicherungen**, wie sie z.B. **bei BVG-logischer Tarifierung während der Anwartschaft für die Versicherungen gegen die Risiken Tod und Invalidität** benutzt werden
 - Der Kunde zahlt zu Beginn des Jahres die einjährige Risiko-Kostenprämie, die dem Barwert seiner Versicherungsleistungen entspricht
 - Während des Jahres wird die einjährige Risiko-Kostenprämie wie folgt aufgebraucht:

III.5. Deckungskapital für LV-Produkte

III.5.4. Beispiele

- **Lebensversicherungsprodukte ohne Deckungskapital (Forts.):**
 - Mit der Risikoprämie wird der Schadenaufwand des laufenden Versicherungsjahres finanziert
 - Die Kostenprämie dient zur Deckung der effektiven Kosten für Vertrieb und Verwaltung
- Da die Prämie nach Ablauf des Versicherungsjahrs aufgebraucht ist, wird die Prämie für das neue Versicherungsjahr neu berechnet